

યુનિટ નં - 4 જથ્થા નિયંત્રણ પદ્ધતિઓ

-
-
- જથ્થા નિયંત્રણનો અર્થ - જ્યારે ઉત્પાદિત થયેલો માલ બજારમાં મૂકવામાં આવે છે ત્યારે પ્રશ્નો જુદા પ્રકારના હોય છે. બજારમાં મુકાયેલો માલ ગ્રાહકની રુચિ અને જરૂરિયાતને સંતોષી શકે તે પ્રકારનો હોવો જોઈએ, અને આથી જ તૈયાર થયેલો માલ ગ્રાહકને સ્વીકૃતિ બનશે કે કેમ તેની ચકાસણી કરવી જોઈએ. અને આથી જ તૈયાર થયેલો માલ ગ્રાહકને સ્વીકૃતિ બનશે કે કેમ તેની ચકાસણી કરવી જોઈએ.
- ઉત્પાદક જ્યારે પોતાના ઉત્પાદનનો જથ્થો બજારમાં મૂકે ત્યારે તેને પોતાને ખાતરી હોવી જોઈએ કે જથ્થો ગ્રાહકોની જરૂરિયાતને સંતોષી શકે તેવો છે અને તેમાં ખામીવાળી વસ્તુઓનું પ્રમાણ વધારે નથી. સામાન્ય રીતે ઉત્પાદક ગ્રાહકને જે માલ પૂરો પાડે છે તે ગુણવત્તાની દૃષ્ટિએ અમુક કક્ષાનો છે તેવી ખાતરી આપતો હોય છે. જે પ્રકારની ખાતરી ઉત્પાદકે આપી હોય તે પ્રકારનો માલ તે આપી ન શકે તો તેના ઉત્પાદનમાં ગ્રાહકોનો અવિશ્વાસ ઊભો થાય છે અને પરિણામે વેચાણ ઘટે છે અને નફો પણ ઘટે છે. બજારમાં ટકી રહેવા ઉત્તરોત્તર ગ્રાહકોમાં પોતાના ઉત્પાદન માટે વિશ્વાસ ઊભો કરવા માટે બજારમાં વેચાણ માટે માલ મૂકતાં પહેલા તેની ગુણવત્તાની ચકાસણી કરવા જરૂરી બને છે અને ગ્રાહકને પૂરો પાડવામાં આવેલો માલ ખાતરી આપેલા ધોરણ મુજબનો હોય અને તેમાં ખામીવાળી

વસ્તુઓનું પ્રમાણ વધારે ન હોય તે જોવું જરૂરી બને છે અને તેથી જ ઉત્પાદિત માલની ચકાસણી અનિવાર્ય બને છે.

- ઉત્પાદિત થયેલા માલની ગુણવત્તાની નિદર્શ તપાસ દ્વારા સમગ્ર જથ્થો સ્વીકાર્ય છે કે નહિ તે નક્કી કરવાની પદ્ધતિને સ્વીકૃતિ નિદર્શન અથવા જથ્થા નિયંત્રણ પદ્ધતિઓ કહે છે.
 - સ્વીકૃતિ નિદર્શનના ફાયદા - ઉત્પાદિત એકમોના સમૂહમાંથી નિદર્શ લઈ એકમોની ચકાસણી કરી તે જથ્થો સ્વીકાર્ય છે કે કેમ તેનો નિર્ણય સ્વીકૃતિ નિદર્શન દ્વારા લવામાં આવે છે.
- (1) સંપૂર્ણ તપાસમાં જથ્થાના બધાં જ એકમોની તપાસ કરવી પડે જ્યારે નિદર્શ તપાસમાં ઓછા એકમોની તપાસ કરવાની હોય છે તેથી સમય, શક્તિ અને ખર્ચનો બચાવ થાય છે.
 - (2) સંપૂર્ણ તપાસ કંટાળાજનક બને છે અને તેથી ચોક્કસાઈનું યોગ્ય ધોરણ જાળવાતું નથી નિદર્શ તપાસ દ્વારા ચોક્કસાઈનું અપેક્ષિત ધોરણ જાળવી શકાય છે.
 - (3) કેટલીક વખત તપાસ દરમિયાન વસ્તુનો નાશ કરવો પડે છે. નિદર્શ તપાસ દ્વારા આવી તપાસ શક્ય બની શકે.
 - (4) નિદર્શ તપાસમાં ઓછા એકમો તપાસવાના હોવાથી અનુભવી અને નિષ્ણાત નિરીક્ષકો રોકી શકાય છે અને આથી ચોક્કસાઈનું પ્રમાણ વધે છે.
 - (5) સંપૂર્ણ તપાસમાં બધા જ એકમો તપાસવાના હોવાથી તેમાં ભૂલ થવાની શક્યતાઓ વધારે હોય છે. જ્યારે નિદર્શ તપાસમાં ઓછા

એકમો તપાસવાના હોવાથી તેમાં ભૂલ થવાની શક્યતા ઓછી હોય છે.

આમ સમગ્ર જથ્થાનો સ્વીકાર કે અસ્વીકાર કરવાનો નિર્ણય નિદર્શ તપાસ ઉપરથી કરવામાં આવે છે. સ્વીકૃતિ નિદર્શન યોજની એટલે જથ્થાના સ્વીકાર કે અસ્વીકાર અંગે ગ્રાહક અને ઉત્પાદક વચ્ચેની એક પ્રકારની સમજૂતી. બંનેનું હિત જળવાય અને સારી ગુણવત્તાવાળા જથ્થાનો સ્વીકાર થાય અને ઊતરતી ગુણવત્તાવાળા જથ્થાનો અસ્વીકાર થાય તેવી ગોઠવણ એટલે જ સ્વીકૃતિ નિદર્શન યોજના.

- એક નિદર્શન યોજના – આપેલા સમૂહમાંથી ફક્ત એક જ નિદર્શ લઈ તેની તપાસ ઉપરથી સમૂહનો સ્વીકાર કે અસ્વીકાર કરવાનો નિર્ણય લેવામાં આવે તો તેને એક નિદર્શન યોજના કહેવામાં આવે છે. આપેલા જથ્થાના કુલ એકમોની સંખ્યાને N વડે દર્શાવવામાં આવે છે અને તેમાંથી n એકમોનો એક યદચ્છ નિદર્શ લેવામાં આવે છે. નિદર્શના બધા જ એકમોની ચકાસણી કરવામાં આવે છે અને તેમાં ખામીવાળા એકમોની સંખ્યા t શોધવામાં આવે છે. યોજનામાં અગાઉથી સ્વીકૃતિ આંક c નક્કી કરવામાં આવે છે. જો નિદર્શમાં ખામીવાળા એકમોની સંખ્યા t સ્વીકૃતિ આંક c કરતાં ઓછી હોય અથવા તેના જેટલી હોય તો તે જથ્થાનો સ્વીકાર કરવામાં આવે છે અને જો ખામીવાળા એકમોની સંખ્યા t સ્વીકૃતિ આંક c કરતાં વધારે હોય તો જથ્થાનો અસ્વીકાર કરવામાં આવે છે આમ એક નિદર્શન યોજનામાં N, n, c એ ત્રણ મહત્વના ઘટકો છે તેથી એક નિદર્શન યોજનાને સંકેતમાં (N, n, c) વડે દર્શાવવામાં આવે છે.

- સ્વીકાર્ય ગુણવત્તા ધોરણ(AQL) અને સમૂહ અસહ્ય ખામીપ્રમાણ (LTPD) - ઉત્પાદિત થતા માલમાં બધા જ એકમો ખામીવગરના હોય તે સ્થિતિ આદર્શ ગણાય.પરંતુ મોટેભાગે બધા જ એકમો સારા હોય તેવું બને નહિ.ઉત્પાદિત એકમોમાં કેટલાક એકમો ખામીવાળા હોવાના જ. ખામીવાળા આવા એકમોનું પ્રમાણ અમુક હદ સુધી હોય તો તે જથ્થો સ્વીકારવામાં વાંધો હોઈ શકે નહિ.ઉત્પાદનની સારી ગુણવત્તા દર્શાવતા આ ખામીપ્રમાણને P_1 વડે દર્શાવવામાં આવે છે. જો સમૂહમાં P_1 કે તેથી ઓછું ખામીપ્રમાણ હોય તો તેવો સમૂહ સારી ગુણવત્તાવાળો ગણાય અને તેનો સ્વીકાર થવો જોઈએ. ગુણવત્તાના આ ધોરણને સ્વીકાર્ય ગુણવત્તા ધોરણ(Acceptable Quality Level AQL) કહેવામાં આવે છે અને તેને P_1 વડે દર્શાવવામાં આવે છે. સ્કૂના ઉત્પાદનમાં જો ખામીવાળાં સ્કૂનું પ્રમાણ 2 ટકા કે તેથી ઓછું હોય તો તે જથ્થાનો સ્વીકાર કરવાનું નક્કી કરવામાં આવે તો $P_1=0.02$ થાય એટલે કે AQL = 0.02 ગણાય. તેવીજ રીતે ખામીવાળા એકમોનું પ્રમાણ અમુક હદથી વધારે હોય તો તેવો જથ્થો ઊતરતી ગુણવત્તાવાળો ગણાય અને ગ્રાહકને તે જથ્થો ખરીદવાની સહેજ પણ તૈયાર ન હોય. આ પ્રમાણને P_2 વડે દર્શાવવામાં આવે છે અને જો સમૂહમાં P_2 કે તેથી વધારે ખામીપ્રમાણ હોય તો તેવો સમૂહ ખરાબ ગુણવત્તાવાળો ગણાય તેથી તેનો સ્વીકાર થવો જોઈએ નહિ. ગુણવત્તાના આ ધોરણને સમૂહ અસહ્ય ખામીપ્રમાણ(Lot Tolerance Proportion Defective LTPD) કહેવામાં આવે છે અને તેને P_2 વડે દર્શાવવામાં આવે છે. ઉપરના સ્કૂના ઉદાહરણમાં જો ખામીવાળા

સ્ક્રૂનું પ્રમાણ 7 ટકા કે તેથી વધુ હોય તો તે જથ્થાનો અસ્વીકાર કરવાનું નક્કી કરવામાં આવે તો $P_2 = 0.07$ થાય. એટલે કે $LTPD = 0.07$ ગણાય.

- ઉત્પાદકનું જોખમ અને ગ્રાહકનું જોખમ – સમૂહના સ્વીકાર કે અસ્વીકારનો નિર્ણય નિદર્શ તપાસના પરિણામ ઉપરથી લેવામાં આવે છે. કેટલીક વખત એવું બને કે જથ્થાની ગુણવત્તા ખરેખર સારી હોય, છતાંય નિદર્શમાં ખામીવાળા એકમોનું પ્રમાણ વધારે જોવા મળે અને પરિણામે આવી સારી ગુણવત્તાવાળા જથ્થાનો પણ સ્વીકૃતિ નિદર્શન યોજના દ્વારા અસ્વીકાર થાય. આ નિર્ણય ભૂલભરેલો ગણી શકાય અને તેને લીધે ઉત્પાદકને સહન કરવું પડે અને તેને નુકસાન થાય કારણ કે તેનો માલ સારો હોવા છતાંય યોજના દ્વારા તેનો અસ્વીકાર થાય છે. આમ સારી ગુણવત્તાવાળા જથ્થાનો અસ્વીકાર થાય તેની સંભાવનાને ઉત્પાદકનું જોખમ કહેવામાં આવે છે અને તેને α વડે દર્શાવવામાં આવે છે.

$$\begin{aligned}\alpha &= \text{Prob (સારી ગુણવત્તાવાળા સમૂહનો અસ્વીકાર થાય)} \\ &= \text{Prob (સમૂહનો અસ્વીકાર થાય સમૂહ સારો હોય)}\end{aligned}$$

$$\alpha = \text{Prob(સમૂહનો અસ્વીકાર થાય/ ખામીપ્રમાણ } P_1 \text{ કે તેથી ઓછું હોય)}$$

તેવી જ રીતે જથ્થાની ગુણવત્તાનું ધોરણ ઊતરતી કક્ષાનું હોય એટલે કે ખામીપ્રમાણ વધારે હોય છતાંય નિદર્શના પરિણામને આધારે આવા જથ્થાનો સ્વીકાર કરવામાં આવે તો તે નિર્ણય પણ ભૂલભરેલો ગણી શકાય, અને તેને લીધે ગ્રાહકને સહન કરવું પડે અને તેને નુકસાન થાય. આમ ખરાબ ગુણવત્તાવાળો માલ યોજના દ્વારા સ્વીકારવો પડે. ખરાબ

ગુણવત્તાવાળા જથ્થાનો સ્વીકાર થવાની સંભાવનનાને ગ્રાહકનું જોખમ કહેવામાં આવે છે. અને તેને β વડે દર્શાવવામાં આવે છે.

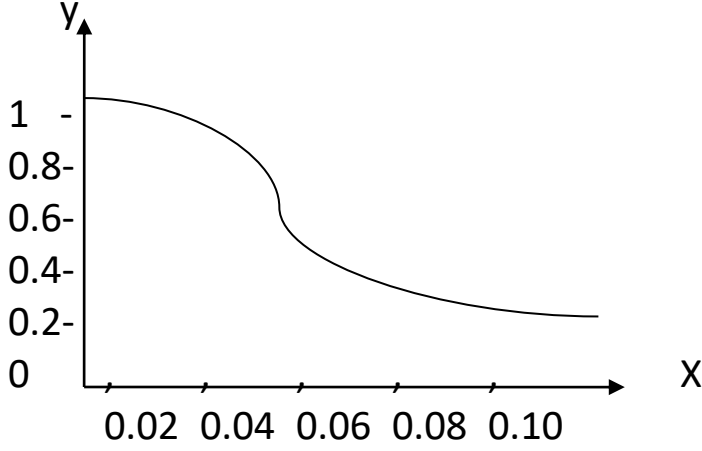
$\beta = \text{Prob}$ (ખરાબ ગુણવત્તાવાળા સમૂહનો સ્વીકાર થાય.)

= Prob (સમૂહનો સ્વીકાર થાય સમૂહ ખરાબ ગુણવત્તાવાળો હોય)

$\beta = \text{Prob}$ (સમૂહનો સ્વીકાર થાય/ખામીપ્રમાણ P_2 કે તેથી વધુ હોય)

- ક્રિયાવક્ષણ વક્ર – સ્વીકૃતિ નિદર્શન યોજના એટલે કે સમૂહના સ્વીકાર કે અસ્વીકાર અંગેની ઉત્પાદક અને ગ્રાહક વચ્ચેની સમજૂતી. સ્વીકૃતિ નિદર્શનની એક નિદર્શનની એક નિદર્શન યોજના N, n, c એ ત્રણ સંખ્યાઓ વડે દર્શાવી શકાય છે. N એકમોવાળા આપેલા જથ્થા માટે n અને c ની જુદી જુદી કિંમતો લેવાથી જુદી જુદી યોજનાઓ મળી શકે. પ્રશ્ન એ છે કે બધી યોજનાઓ પૈકી સારી યોજના કઈ જે યોજના ઉત્પાદકને અને ગ્રાહકને વધુમાં વધુ રક્ષણ આપી શકે તે યોજના સારી ગણી શકાય. સ્વીકૃતિ નિદર્શનની કોઈ પણ યોજના કેટલી સારી છે તે તેના ક્રિયાલક્ષણવક્ર OC દ્વારા નક્કી કરી શકાય છે. જથ્થાના જુદા જુદા ખામીપ્રમાણ માટે જથ્થાનો કેટલે અંશે સ્વીકાર થશે તે વક્ર દ્વારા જાણી શકાય છે. આપેલા જથ્થાના ખામીપ્રમાણની જુદી જુદી કિંમતોએ તે જથ્થાનો સ્વીકાર થાય તેની સંભાવના P_a મેળવવામાં આવે છે. આકાશાસ્ત્રીય સંભાવના વિતરણનો ઉપયોગ કરી ખામીપ્રમાણ P ની જુદી જુદી કિંમતો માટે P_a ની કિંમતો મેળવવામાં આવે છે. ખામીપ્રમાણ P ની કિંમતો ને x અક્ષ ઉપર લાવામાં આવે અને જથ્થાના સ્વીકારની સંભાવના P_a ને y અક્ષ ઉપર લેવામાં આવે અને P અને P_a ની કિંમતોની જુદી જુદી જોડને

આલેખપત્ર ઉપર બિંદુઓ દ્વારા દર્શાવી આ બિંદુઓને સરળ વક્ર વડે જોડવાથી તે યોજનાનો ક્રિયાલક્ષણ વક્ર મળે.આ વક્રનું સ્વરૂપ નીચે પ્રમાણે છે.



X અક્ષ ઉપર P' ની કિંમતો 0.01,0.02,0.03,..... વગેરે લઈ તે દરેક કિંમત માટે P_a ની કિંમત મેળવવામાં આવે છે. જથ્થાનું ખામીપ્રમાણ 0 હોય ત્યારે P_a ની કિંમત 1 થાય અને જેમ જેમ ખામીપ્રમાણ વધતું જાય તેમ તેમ P_a ની કિંમત ઘટતી જાય છે. P_a ની સૌથી વધુ કિંમત 1 થાય અને સૌથી નાની કિંમત 0 થાય.ક્રિયાલક્ષણ વક્ર ઉપરથી કોઈ પણ ખામીપ્રમાણવાળા સમૂહનો સ્વીકાર થાય તેની સંભાવના મેળવી શકાય.

● ગુણધર્મો –

1. સામાન્ય રીતે OC વક્ર સતત વક્ર હોય છે.
2. જો સમૂહના બધા જ એકમો ખામીરહિત હોય એટલે કે ખામીપ્રમાણ $P=0$ હોય તો $P_a = 1$ થાય અને જો સમૂહના બધા જ એકમો ખામીવાળા હોય એટલે કે $P=1$ હોય તો $P_a = 0$ થાય.

3. જેમ જેમ p ની કિંમત વધતી જાય તેમ તેમ pa ની કિંમત ઘટતી જાય છે.
 4. આપેલા સમૂહ માટે c ની મુકરર કિંમત માટે જેમ જેમ નિદર્શનું કદ વધારવામાં આવે તેમ તેમ OC વક્રનું કદ વધે છે.
 5. આપેલા સમૂહ માટે n ની મુકરર કિંમત માટે જેમ જેમ સ્વીકૃતિ આંક c ની કિંમત ઘટાડવામાં આવે તેમ તેમ વક્રનું કદ ઘટતું જાય છે.
- સરેરાશ નિદર્શ સંખ્યા (ASN) – કોઈપણ સ્વીકૃતિ નિદર્શન યોજનાની કાર્યક્ષમતા તેના ક્રિયાલક્ષણ વક્ર દ્વારા જાણી શકાય છે. કોઈપણ નિદર્શનની પસંદગી સાથે ખર્ચનો પ્રશ્ન પણ સંકળાયેલો હોય છે. કોઈપણ યોજનામાં ખર્ચ તપાસવાના એકમોની સંખ્યા ઉપર આધારિત હોય છે. કોઈપણ નિદર્શ યોજનામાં સરેરાશ રીતે તપાસવામાં આવતા એકમોની સંખ્યાને સરેરાશ નિદર્શ સંખ્યા (Average Sample Number-ASN) કહે છે. એક નિદર્શન યોજનામાં તપાસવાના એકમોની સંખ્યા n મુકરર હોય છે. તેથી એક નિદર્શન યોજના માટે $ASN = n$ થાય. તેથી સમૂહમાં દરેક ખામીપ્રમાણ માટે તપાસવાના એકમોની સંખ્યા n થશે.
 - સરેરાશ નિર્ગમ ગુણવત્તા (Average Outgoing Quality –AOQ)-
કોઈપણ ઉત્પાદક પોતાનો માલ બજારમાં મૂકે ત્યારે તે માલ સંતોષકારક ગુણવત્તાવાળો છે તેની ખાતરી કરી લેતો હોય છે. આ માટે સ્વીકૃતિ નિદર્શન યોજનાનો ઉપયોગ કરે છે. સ્વીકૃતિ નિદર્શન યોજના દ્વારા જે સમૂહનો સ્વીકાર થાય છે. તે સમૂહ સીધેસીધો

બજારમાં જાય છે. પરંતુ યોજના દ્વારા જે સમૂહનો અસ્વીકાર થાય છે તેના બધા જ એકમોની તપાસ કરવામાં આવે છે અને તપાસ દરમિયાન જે જે એકમો ખામીવાળા જણાય છે તે એકમોને બદલીને તેને સ્થાને સારા એકમો મૂકવામાં આવે છે. તપાસની આ પદ્ધતિને સુધારેલી તપાસ કહેવામાં આવે છે. જે સમૂહનો અસ્વીકાર થાય તે સમૂહમાં સુધારેલી તપાસ પદ્ધતિને લીધે તેના બધા જ એકમો ખામીવગરના હશે. જ્યારે જે સમૂહનો સ્વીકાર થાય તેમાં કેટલાક એકમો ખામીવાળા હોય છે. આથી વેચાણમાં બહાર જતા સમૂહના સરેરાશ ખામીપ્રમાણમાં સુધારો થશે અને આ સુધારેલા સરેરાશ ખામીપ્રમાણને સરેરાશ નિર્ગમ ગુણવત્તા AOQ કહે છે. આપેલી યોજના હેઠળ સરેરાશ નિર્ગમ ગુણવત્તા AOQ ની જે સૌથી મોટી કિંમત મળે છે તેને સરેરાશ નિર્ગમ ગુણવત્તા સીમા AOQL કહે છે.

જો સમૂહનું ખામીપ્રમાણ p' હોય અને તેની સ્વીકૃતિની સંભાવના P_a હોય તો p' ખામીપ્રમાણવાળા સમૂહમાંથી P_a જેટલા સમૂહોનો સ્વીકાર થશે. અસ્વીકાર થયેલા સમૂહોના બધાં જ એકમોની તપાસ કરીને ખામીવાળા એકમોની જગાએ સારા એકમો મૂકવામાં આવે છે તેથી તે સમૂહોમાં એક પણ એકમ ખામીવાળો હશે નહિ. તેથી બહાર જતા સમૂહમાં સરેરાશ નિર્ગમ ગુણવત્તા

$$AOQ = p'.pa + 0(1-Pa)$$

$$AOQ = p'.pa$$

સરેરાશ કુલ તપાસ(ATI) સ્વીકૃતિ દર્શન યોજની હેઠળ આપેલા જથ્થાના સ્વીકાર કે અસ્વીકાર અંગે નિર્ણય લઈએ ત્યારે કુલ કેટલા એકમો તપાસવા પડે છે અને તે અંગે કુલ કેટલો ખર્ચ આવે છે તે જાણવું અગત્યનું છે. એક નિદર્શન યોજનામાં જો નિદર્શના પરિણામને આધારે જથ્થાનો અસ્વીકાર થાય તો સુધારેલી તપાસ કરવામાં આવે છે એટલે કે અસ્વીકાર થયેલા સમગ્ર જથ્થાના બધા જ એકમોને તપાસવામાં આવે છે.આમ જુદા જુદા જથ્થામાંથી સરેરાશ રીતે જેટલા એકમો તપાસવા પડે તેને સરેરાશ કુલ તપાસ ATI કહે છે.

એક નિદર્શન યોજના માટે કોઈ એક ખામીપ્રમાણ P' માટે સમૂહના સ્વીકારની સંભાવના ધારો કે P_a છે. તેથી જથ્થાના અસ્વીકારની સંભાવના $1-P_a$ થાય. આથી નિદર્શ યોજના દ્વારા સ્વીકાર થયેલા જથ્થા માટે તપાસવાનાં કુલ એકમો $n \times P_a$ થાય જ્યારે જે જથ્થાનો અસ્વીકાર થયેલો છે તેમાં બધા જ એકમોની તપાસ કરવી પડતી હોવાથી તે જથ્થા માટે તપાસવાનાં એકમોની સંખ્યા $N(1-P_a)$ થાય.

$$ATI = n + (N-n) (1-P_a)$$

Ex : 13 એક નિદર્શન યોજના (200,20,1) માટે જો સમૂહનું ખામીપ્રમાણ 0.02 હોય તો સમૂહના સ્વીકારની સંભાવના શોધો.

$$\text{અહિં } NP' = 200(0.02) \text{ , માટે } N- NP' = 200 - 4$$

$$= 4 \qquad \qquad \qquad = 196$$

$$P_a = \sum_{d=0}^1 \frac{NP'C_d \times N- NP'C_{n-d}}{NC_n}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{4c_0 \times 196c_{(20-0)}}{200c_{20}} + \frac{4c_1 \times 196c_{(20-1)}}{200c_{20}} \\
&= \frac{1 \times 196c_{(20)}}{200c_{20}} + \frac{4 \times 196c_{(19)}}{200c_{20}} \\
&= \frac{\frac{1 \times 196!}{20!176!}}{20!180!} + \frac{\frac{4 \times 196!}{19!177!}}{20!180!} = \frac{1 \times 196!}{20!176!} \times \frac{20!180!}{200!} + \frac{4 \times 196!}{19!177!} \times \frac{20!180!}{200!} \\
&= \frac{1 \times 196!}{176!} \times \frac{180 \times 179 \times 178 \times 177 \times 176!}{200 \times 199 \times 198 \times 197 \times 196!} + \frac{4 \times 196!}{19!177!} \times \frac{20 \times 19!180 \times 179 \times 178 \times 177!}{200 \times 199 \times 198 \times 197 \times 196!} \\
&= \frac{180 \times 179 \times 178 \times 177}{200 \times 199 \times 198 \times 197} + \frac{4 \times 20 \times 180 \times 179 \times 178}{200 \times 199 \times 198 \times 197} \\
&= \frac{1015123320}{1552438800} + \frac{458812800}{1552438800} = \frac{1473936120}{1552438800} = 0.9494
\end{aligned}$$

Ex : 16 એક નિદર્શન યોજના (50,12,1) માટે AQL= 0.04 તથા
LTPD = 0.08 હોય તો ઉત્પાદકનું જોખમ અને ગ્રાહકનું જોખમ શોધો.
AQL = P' = 0.04

અહિં $NP' = 50(0.04)$, માટે $N - NP' = 50 - 2$
 $= 2$ $= 48$

$$\begin{aligned}
P_a &= \sum_{d=0}^1 \frac{NP'C_d \times N - NP'C_{n-d}}{NC_n} \\
&= \frac{2c_0 \times 48c_{(12-0)}}{50c_{12}} + \frac{2c_1 \times 48c_{(12-1)}}{50c_{12}} \\
&= \frac{1 \times 48c_{(12)}}{50c_{12}} + \frac{2 \times 48c_{(11)}}{50c_{12}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\frac{1 \times 48!}{12!36!} + \frac{2 \times 48!}{11!37!}}{\frac{50!}{12!38!}} = \frac{1 \times 48!}{12!36!} \times \frac{12!38!}{50!} + \frac{2 \times 48!}{11!37!} \times \frac{12!38!}{50!} \\
&= \frac{1 \times 48!}{36!} \times \frac{38 \times 37 \times 36!}{50 \times 49 \times 48!} + \frac{2 \times 48!}{11!37!} \times \frac{12 \times 11! \times 38 \times 37!}{50 \times 49 \times 48!} \\
&= \frac{38 \times 37}{50 \times 49} + \frac{2 \times 12 \times 38}{50 \times 49} = \frac{1406}{2450} + \frac{912}{2450} = \frac{2318}{2450} = 0.9461
\end{aligned}$$

$$\text{ઉત્પાદકનું જોખમ } \alpha = 1 - Pa = 1 - 0.9461 = 0.0539$$

$$\text{LTPD} = P' = 0.08$$

$$\begin{aligned}
\text{અહિં } NP' &= 50(0.08) , \text{ મલ્ટે } N - NP' = 50 - 4 \\
&= 4 & = 46
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Pa &= \sum_{d=0}^1 \frac{NP^d C_d \times N - NP' C_{n-d}}{NC_n} \\
&= \frac{4C_0 \times 46C_{(12-0)} + 4C_1 \times 46C_{(12-1)}}{50C_{12}}
\end{aligned}$$

$$= \frac{1 \times 46C_{(12)}}{50C_{12}} + \frac{4 \times 46C_{(11)}}{50C_{12}}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\frac{1 \times 46!}{12!34!} + \frac{4 \times 46!}{11!35!}}{\frac{50!}{12!38!}} = \frac{1 \times 46!}{12!34!} \times \frac{12!38!}{50!} + \frac{4 \times 46!}{11!35!} \times \frac{12!38!}{50!}
\end{aligned}$$

$$= \frac{1 \times 46!}{34!} \times \frac{38 \times 37 \times 36 \times 35 \times 34!}{50 \times 49 \times 48 \times 47 \times 46!} + \frac{4 \times 46!}{11!35!} \times \frac{12 \times 11! \times 38 \times 37 \times 36 \times 35!}{50 \times 49 \times 48 \times 47 \times 46!}$$

$$= \frac{38 \times 37 \times 36 \times 35}{50 \times 49 \times 48 \times 47} + \frac{4 \times 12 \times 38 \times 37 \times 36}{50 \times 49 \times 48 \times 47} = \frac{1771560}{5527200} + \frac{2429568}{5527200}$$

$$= \frac{4201128}{5527200} = 0.76$$

ગ્રાહકનું જોખમ $\beta = 0.76$

Ex : 15 એક નિદર્શન યોજના (50,10,0) માટે OC વક્ર દોરો.

(1) $P' = 0$ માટે $P_a = 1$

(2) $P' = 0.02$ માટે $NP' = 50 \times 0.02 = 1$
 $N - NP' = 50 - 1 = 49$

$$P_a = \frac{NP'C_d \times N - NP'C_{n-d}}{NC_n}$$

$$= \frac{{}^1C_0 \times {}^{49}C_{(10-0)}}{{}^{50}C_{10}} = \frac{\frac{1 \times 49!}{10!39!} \times \frac{10!40!}{50!}}{\frac{10!40!}{10!40!}} = \frac{1 \times 49!}{10!39!} \times \frac{10!40!}{50!}$$

$$= \frac{1 \times 49!}{39!} \times \frac{40 \times 39!}{50 \times 49!} = \frac{40}{50} = 0.8$$

(3) $P' = 0.04$ માટે $NP' = 50 \times 0.04 = 2$
 $N - NP' = 50 - 2 = 48$

$$= \frac{{}^2C_0 \times {}^{48}C_{(10-0)}}{{}^{50}C_{10}} = \frac{\frac{1 \times 48!}{10!38!} \times \frac{10!40!}{50!}}{\frac{10!40!}{10!40!}} = \frac{1 \times 48!}{10!38!} \times \frac{10!40!}{50!}$$

$$= \frac{1 \times 48!}{38!} \times \frac{40 \times 39 \times 38!}{50 \times 49 \times 48!} = \frac{40 \times 39}{50 \times 49} = 0.6367$$

(4) $P' = 0.06$ માટે $NP' = 50 \times 0.06 = 3$
 $N - NP' = 50 - 3 = 47$

$$= \frac{{}^3C_0 \times {}^{47}C_{(10-0)}}{{}^{50}C_{10}} = \frac{\frac{1 \times 47!}{10!37!} \times \frac{50!}{10!40!}}{\frac{50!}{10!40!}} = \frac{1 \times 47!}{10!37!} \times \frac{10!40!}{50!}$$

$$= \frac{1 \times 47!}{37!} \times \frac{40 \times 39 \times 38 \times 37!}{50 \times 49 \times 48 \times 47!} = \frac{40 \times 39 \times 38}{50 \times 49 \times 48} = 0.5041$$

(5) $P' = 0.08$ માટે $NP' = 50 \times 0.08 = 4$

$N - NP' = 50 - 4 = 46$

$$= \frac{{}^4C_0 \times {}^{46}C_{(10-0)}}{{}^{50}C_{10}} = \frac{\frac{1 \times 46!}{10!36!} \times \frac{50!}{10!40!}}{\frac{50!}{10!40!}} = \frac{1 \times 46!}{10!36!} \times \frac{10!40!}{50!}$$

$$= \frac{1 \times 46!}{36!} \times \frac{40 \times 39 \times 38 \times 37 \times 36!}{50 \times 49 \times 48 \times 47 \times 46!} = \frac{40 \times 39 \times 38 \times 37}{50 \times 49 \times 48 \times 47} = 0.3968$$

ખામીપ્રમાણ P'	સંભાવના P_a
0	1
0.02	0.8
0.04	0.6367
0.06	0.5041
0.08	0.3968

Ex :18 એક નિદર્શન યોજના (50,8,0) માટે OC વક્ર દોરો અને વક્ર ઉપરથી AQL = 0.03 તથા LTPD = 0.07 હોય તો ઉત્પાદકનું જોખમ અને ગ્રાહકનું જોખમ શોધો.

(1) $P' = 0$ માટે $P_a = 1$

(2) $P' = 0.02$ માટે $NP' = 50 \times 0.02 = 1$

$N - NP' = 50 - 1 = 49$

$$P_a = \frac{NP'C_d \times N - NP'C_{n-d}}{NC_n}$$

$$= \frac{{}^1C_0 \times {}^{49}C_{(8-0)}}{{}^{50}C_8} = \frac{\frac{1 \times 49!}{8!41!}}{\frac{50!}{8!42!}} = \frac{1 \times 49!}{8!41!} \times \frac{8!42!}{50!}$$

$$= \frac{1 \times 49!}{41!} \times \frac{42 \times 41!}{50 \times 49!} = \frac{42}{50} = 0.84$$

(3) $P' = 0.04$ ມີ $NP' = 50 \times 0.04 = 2$
 $N - NP' = 50 - 2 = 48$

$$= \frac{{}^2C_0 \times {}^{48}C_{(8-0)}}{{}^{50}C_8} = \frac{\frac{1 \times 48!}{8!40!}}{\frac{50!}{8!42!}} = \frac{1 \times 48!}{8!40!} \times \frac{8!42!}{50!}$$

$$= \frac{1 \times 48!}{40!} \times \frac{42 \times 41 \times 40!}{50 \times 49 \times 48!} = \frac{42 \times 41}{50 \times 49} = 0.7029$$

(4) $P' = 0.06$ ມີ $NP' = 50 \times 0.06 = 3$
 $N - NP' = 50 - 3 = 47$

$$= \frac{{}^3C_0 \times {}^{47}C_{(8-0)}}{{}^{50}C_8} = \frac{\frac{1 \times 47!}{8!39!}}{\frac{50!}{8!42!}} = \frac{1 \times 47!}{8!39!} \times \frac{8!42!}{50!}$$

$$= \frac{1 \times 47!}{39!} \times \frac{42 \times 41 \times 40 \times 39!}{50 \times 49 \times 48 \times 47!} = \frac{42 \times 41 \times 40}{50 \times 49 \times 48} = 0.5857$$

(5) $P' = 0.08$ ມີ $NP' = 50 \times 0.08 = 4$
 $N - NP' = 50 - 4 = 46$

$$= \frac{{}^4C_0 \times {}^{46}C_{(8-0)}}{{}^{50}C_8} = \frac{\frac{1 \times 46!}{8!38!}}{\frac{50!}{8!42!}} = \frac{1 \times 46!}{8!38!} \times \frac{8!42!}{50!}$$

$$= \frac{1 \times 46!}{38!} \times \frac{42 \times 41 \times 40 \times 39 \times 38!}{50 \times 49 \times 48 \times 47 \times 46!} = \frac{40 \times 39 \times 38 \times 37}{50 \times 49 \times 48 \times 47} = 0.4860$$

ખામીપ્રમાણ P'	સંભાવના P _a
0	1
0.02	0.84
0.04	0.7029
0.06	0.5857
0.08	0.4860

Ex : 19 એક નિદર્શન યોજના (1000,100,2) માટે સમૂહનું ખામીપ્રમાણ 5 ટકા હોય તો સમૂહના સ્વીકારની સંભાવના શોધો. ($e^{-5} = 0.006737$)

$$np' = 100(0.05) = 5$$

$$P_a = \sum_{d=0}^2 \frac{e^{-np'} \cdot (np')^d}{d!}$$

$$= \frac{e^{-5} \cdot (5)^0}{0!} + \frac{e^{-5} \cdot (5)^1}{1!} + \frac{e^{-5} \cdot (5)^2}{2!}$$

$$= e^{-5} (1 + 5 + 12.5)$$

$$= 0.006737 (18.5)$$

$$= 0.1246$$

Ex : 20 એક નિદર્શન યોજના (1000,50,1) માટે AQL = 0.04 તથા LTPD = 0.08 માટે ઉત્પાદકનું જોખમ અને ગ્રાહકનું જોખમ શોધો.

$$(e^{-2} = 0.1353, \quad e^{-4} = 0.01832)$$

$$AQL = 0.04 \text{ માટે } np' = 50(0.04) = 2$$

$$P_a = \sum_{d=0}^1 \frac{e^{-np'} \cdot (np')^d}{d!}$$

$$= \frac{e^{-2} \cdot (2)^0}{0!} + \frac{e^{-2} \cdot (2)^1}{1!}$$

$$= e^{-2} (1+2)$$

$$= 0.13534 (3)$$

$$= 0.4060 \text{ ઉત્પાદકનું જોખમ } \alpha = 1 - P_a$$

$$= 1 - 0.4060$$

$$= 0.594$$

$$LTPD = 0.08 \text{ માટે } np' = 50(0.08) = 4$$

$$= \frac{e^{-4} \cdot (4)^0}{0!} + \frac{e^{-4} \cdot (4)^1}{1!}$$

$$= e^{-4} (1+4)$$

$$= 0.01832 (5)$$

$$= 0.0916$$

$$\text{ગ્રાહકનું જોખમ } \beta = 0.0916$$

Ex : 22 એક નિદર્શન યોજના (2000,100,2) માટે પોયસન વિતરણનો ઉપયોગ કરી OC વક્ર દોરો.

$$(1) P' = 0$$

$$P_a = 1$$

$$(2) P' = 0.01 \quad \text{ᄡᄡᄡ} \quad np' = 100(0.01) = 1$$

$$\begin{aligned}
 P_a &= \sum_{d=0}^2 \frac{e^{-np'} \cdot (np')^d}{d!} \\
 &= \frac{e^{-1} \cdot (1)^0}{0!} + \frac{e^{-1} \cdot (1)^1}{1!} + \frac{e^{-1} \cdot (1)^2}{2!} \\
 &= e^{-1} (1 + 1 + 0.5) \\
 &= 0.36788 (2.5) \\
 &= 0.9197
 \end{aligned}$$

$$(3) P' = 0.02 \quad \text{ᄡᄡᄡ} \quad np' = 100(0.02) = 2$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{e^{-2} \cdot (2)^0}{0!} + \frac{e^{-2} \cdot (2)^1}{1!} + \frac{e^{-2} \cdot (2)^2}{2!} \\
 &= e^{-2} (1 + 2 + 2) \\
 &= 0.13534 (5) \\
 &= 0.6767
 \end{aligned}$$

$$(4) P' = 0.03 \quad \text{ᄡᄡᄡ} \quad np' = 100(0.03) = 3$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{e^{-3} \cdot (3)^0}{0!} + \frac{e^{-3} \cdot (3)^1}{1!} + \frac{e^{-3} \cdot (3)^2}{2!} \\
 &= e^{-3} (1 + 3 + 4.5) \\
 &= 0.04979 (8.5) \\
 &= 0.4232
 \end{aligned}$$

$$(5) P' = 0.04 \quad \text{ᄡᄡᄡ} \quad np' = 100(0.04) = 4$$

$$= \frac{e^{-4} \cdot (4)^0}{0!} + \frac{e^{-4} \cdot (4)^1}{1!} + \frac{e^{-4} \cdot (4)^2}{2!}$$

$$= e^{-4} (1 + 4 + 8)$$

$$= 0.01832 (13)$$

$$= 0.2382$$

$$(6) P' = 0.05 \text{ માટે } np' = 100(0.05) = 5$$

$$= \frac{e^{-5} \cdot (5)^0}{0!} + \frac{e^{-5} \cdot (5)^1}{1!} + \frac{e^{-5} \cdot (5)^2}{2!}$$

$$= e^{-5} (1 + 5 + 12.5)$$

$$= 0.006738 (18.5)$$

$$= 0.1247$$

ખામીપ્રમાણ P'	સંભાવના P _a
0	1
0.01	0.9197
0.02	0.6767
0.03	0.4232
0.04	0.2382
0.05	0.1247

Ex: 26 એક નિદર્શન યોજના (50,10,1) માટે ખામીપ્રમાણ 4 ટકા હોય ત્યારે AOQ તથા ATI ની કિંમત મેળવો.

$$\text{અહિં } NP' = 50(0.04) , \text{ માટે } N - NP' = 50 - 2$$

$$= 2 \qquad \qquad \qquad = 48$$

$$P_a = \sum_{d=0}^1 \frac{NP'C_d \times N - NP'C_{n-d}}{NC_n}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{2c_0 \times 48c_{(10-0)}}{50c_{10}} + \frac{2c_1 \times 48c_{(10-1)}}{50c_{10}} \\
&= \frac{1 \times 48c_{(10)}}{50c_{10}} + \frac{2 \times 48c_{(9)}}{50c_{10}} \\
&= \frac{\frac{1 \times 48!}{10!38!}}{\frac{50!}{10!40!}} + \frac{\frac{2 \times 48!}{9!39!}}{\frac{50!}{10!40!}} = \frac{1 \times 48!}{10!38!} \times \frac{10!40!}{50!} + \frac{2 \times 48!}{9!39!} \times \frac{10!40!}{50!} \\
&= \frac{1 \times 48!}{38!} \times \frac{40 \times 39 \times 38!}{50 \times 49 \times 48!} + \frac{2 \times 48!}{9!39!} \times \frac{10 \times 9! \times 40 \times 39!}{50 \times 49 \times 48!} \\
&= \frac{40 \times 39}{50 \times 49} + \frac{2 \times 10 \times 40}{50 \times 49} = \frac{1560}{2450} + \frac{800}{2450} = \frac{2360}{2450} = 0.9633
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{AOQ} &= P' \cdot P_a & \text{ATI} &= n + (N-n)(1 - P_a) \\
&= 0.04 \times 0.9633 & &= 10 + (50-10)(1-0.9633) \\
&= 0.03853 & &= 10 + (40)(0.0367) \\
& & &= 10 + 1.468 \\
& & &= 11.47
\end{aligned}$$

Ex : 29 એક નિદર્શન યોજના (8000,400,1) માટે ખામીપ્રમાણ 0.5 ટકા માટે AOQ તથા ATI ની કિંમતો મેળવો. ($e^{-2} = 0.1353$)

$$P' = 0.005 \text{ માટે } np' = 400(0.005) = 2$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{e^{-2} \cdot (2)^0}{0!} + \frac{e^{-2} \cdot (2)^1}{1!} & \text{AOQ} &= P' \cdot P_a \\
& & &= 0.005 \times 0.4059 \\
&= e^{-2} (1 + 2) & &= 0.002029
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= 0.1353 (3) & \text{ATI} &= n + (N-n)(1 - P_a) \\
&= 0.4059 & &= 400 + (8000-400)(1-0.4059) \\
& & &= 400 + (7600)(0.5941) \\
& & &= 4915
\end{aligned}$$

Ex : 30 એક નિદર્શન યોજના (10,000,300,1) માટે ખામીપ્રમાણ 0.5 ટકા માટે સ્વીકૃતિની સંભાવના તેમજ AOQ ની ગણતરી કરો.

$$(e^{-1} = 0.368, e^{-0.5} = 0.6065)$$

$$P' = 0.005 \text{ માટે } np' = 300(0.005) = 1.5$$

$$= \frac{e^{-1.5} \cdot (1.5)^0}{0!} + \frac{e^{-1.5} \cdot (1.5)^1}{1!}$$

$$AOQ = P' \cdot P_a$$

$$= 0.005 \times 0.558$$

$$= e^{-1.5} (1 + 1.5)$$

$$= 0.0028$$

$$= 0.2232 (2.5)$$

$$= 0.558$$

Ex : 33 જુદી જુદી યોજના તપાસતાં તેમાંથી નીચેના પરિણામો મળે છે. તમે કઈ યોજના પસંદ કરશો ? શા માટે ?

નંબર	યોજના	સમૂહના સ્વીકારની સંભાવના
1	(1000,100,2)	0.79
2	(2000,300,3)	0.83
3	(3000,500,4)	0.26

$$\text{યોજના(1) } ATI = n + (N-n)(1-P_a)$$

$$= 100 + (1000-100)(1-0.79)$$

$$= 100 + (900)(0.21)$$

$$\begin{aligned}
&= 289 \\
\text{યોજના (2)} &= 300+(2000-300)(1-0.83) \\
&= 300+(1700)(0.17) \\
&= 300+289 \\
&= 589
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{યોજના (3)} &= 500+(3000-500)(1-0.26) \\
&= 500+(2500)(0.74) \\
&= 500+1850 \\
&= 2350
\end{aligned}$$

Ex : 34 1 ટકા ખામીપ્રમાણ ધરાવતા એક જથ્થા માટે નીચેની ત્રણ યોજનાઓ ગ્રાહકને સંતોષકારક માલૂમ પડે છે તો ઉત્પાદકને તમે કઈ યોજના માટે ભલામણ કરશો?

યોજના	N	N	C
I	1000	50	0
II	1000	80	1
III	1000	100	2

$$\text{અહીં } P' = 0.01 \text{ લેતાં } np' = 50 \times 0.01 = 0.5$$

$$Pa = \frac{e^{-np'} \cdot (np')^d}{d!}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{e^{-0.5} (0.5)^0}{0!} = 0.6065(1) \\
&= 0.6065
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{ATI} &= n+(N-n)(1-Pa) \\
&= 50+(1000-50)(1-0.6065) \\
&= 50+(950)(0.3935) \\
&= 50+373.825 \\
&= 423.83
\end{aligned}$$

$$P' = 0.01 \text{ લેતાં } np' = 80 \times 0.01 = 0.8$$

$$= \frac{e^{-0.8} (0.8)^0}{0!} + \frac{e^{-0.8} (0.8)^1}{1!}$$

$$= e^{-0.8}(1+ 0.8)$$

$$= 0.4493(1.8)$$

$$= 0.8087$$

$$P' = 0.01 \text{ ଡିଗ୍ରୀ } np' = 100 \times 0.01 = 1$$

$$= \frac{e^{-1} (1)^0}{0!} + \frac{e^{-1} (1)^1}{1!} + \frac{e^{-1} (1)^2}{2!}$$

$$= e^{-1}(1+ 1+0.5)$$

$$= 0.36788(2.5)$$

$$= 0.9197$$

$$= 80+(1000-80)(1-0.8087)$$

$$= 80 + (920)(0.1913)$$

$$= 80 +175.996$$

$$= 256$$

$$= 100+(1000-100)(1-0.9197)$$

$$= 100+ (900)(0.0803)$$

$$= 100+72.27$$

$$= 172.27$$