

સંભાવનાના સંકેતો

$P(A)$ = ઘટના A બને તેની સંભાવના

$P(A')$ = ઘટના A ન બને તેની સંભાવના

$P(B)$ = ઘટના B બને તેની સંભાવના

$P(B')$ = ઘટના B ન બને તેની સંભાવના

$P(A \cup B)$ = A અને B પૈકી ઓછામાં ઓછી એક ઘટના ઉદભવે તેની સંભાવના, ઘટના A બને અથવા ઘટના B બને તેની સંભાવના, અથવા A અને B બંને ઘટનાઓ બને તેની સંભાવના

$P(A \cap B)$ = ઘટના A અને B બંને એક સાથે બને તેની સંભાવના

$P(A \cap B')$ = $P(A-B) = P(A) - P(A \cap B)$ = બે ઘટનાઓ A અને B પૈકી ફક્ત ઘટના A ઉદભવે તેની સંભાવના

$P(A' \cap B)$ = $P(B-A) = P(B) - P(A \cap B)$ = બે ઘટનાઓ A અને B પૈકી ફક્ત ઘટના B ઉદભવે તેની સંભાવના

$P(B-A)$ = માત્ર ઘટના B બને પણ A ન બને તેની સંભાવના આમ, $P(A' \cap B) = P(B-A)$

$P(A' \cap B')$ = ઘટના A અને ઘટના B બંને ન બનવાની સંભાવના $P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B)$

$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ = ઘટના B બની ગઈ હોય તે શરતે ઘટના A ની પ્રાપ્તિની સંભાવના

$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ ઘટના A બની ગઈ હોય તે શરતે ઘટના B ની પ્રાપ્તિની સંભાવના

- સંભાવનાનો સરવાળા નો નિયમ

જો ઘટનાઓ A અને B નિદર્શાવકાશની કોઈ બે ઘટનાઓ હોય તો તે બે પૈકી ઓછામાં ઓછી એક ઘટના ઉદભવે તેની સંભાવના

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ થાય.

જો બે ઘટનાઓ A અને B પરસ્પર નિરપેક્ષ હોય તો $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ થાય

જો બે ઘટનાઓ A અને B પરસ્પર નિવારક હોય તો $P(A \cap B) = 0$ થાય.

- A, B અને C એ કોઈપણ ત્રણ ઘટનાઓ હોય તો તે પૈકી ઓછામાં ઓછી એક ઘટના ઉદભવે તેની સંભાવના
- $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$
- જો કોઈ ત્રણ ઘટનાઓ A, B અને C પરસ્પર નિવારક અને નિશેષ ઘટનાઓ હોય તો
 $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) = P(U) = 1$

EX : 5 52 પત્તાંની જોડમાંથી યદચ્છ રીતે એક પત્તું લેવામાં આવે તો તે પત્તું (1) કુલ્લીનું હોવાની (2) રાણી હોવાની (3) કુલ્લીની રાણી હોવાની (4) રાણી અથવા કુલ્લીનું હોવાની સંભાવના શોધો.

$$(1) \text{ કુલ્લીનું હોવાની સંભાવના } P(A) = \frac{m}{n} = \frac{13C_1}{52C_1} = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$$

$$(2) \text{ રાણી હોવાની સંભાવના } P(B) = \frac{4C_1}{52C_1} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

$$(3) \text{ કુલ્લીનું અને રાણી હોવાની સંભાવના } P(A \cap B) = \frac{1C_1}{52C_1} = \frac{1}{52}$$

$$(4) \text{ કુલ્લી અથવા રાણી હોવાની સંભાવના } = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ = \frac{13}{52} + \frac{4}{52} - \frac{1}{52} = \frac{16}{52} = 0.3077$$

EX : 7 એક પેટીમાં 6 કાળા અને 4 સફેદ દડા છે. તેમાંથી બે દડા યદચ્છ રીતે લેવામાં આવે છે તો (1) બંને દડા કાળા હોવાની સંભાવના (2) બંને સફેદ હોવાની સંભાવના (3) બંને દડા જુદા જુદા રંગના હોવાની સંભાવના શોધો.

6 કાળા અને 4 સફેદ દડા છે તેમાંથી બે દડા યદચ્છ રીતે લેવાના છે . કુલ બનાવો $n = 10C_2$

$$(1) \text{ બંને દડા કાળા હોવાની સંભાવના } = P(A) = \frac{6C_2 \times 4C_0}{10C_2} = \frac{15 \times 1}{45} = 0.333$$

$$(2) \text{ બંને સફેદ હોવાની સંભાવના } = P(B) = \frac{6C_0 \times 4C_2}{10C_2} = \frac{1 \times 6}{45} = 0.1333$$

(3) બંને દડા જુદા જુદા રંગના હોવાની સંભાવના , એટલે કે એક કાળો અને એક સફેદ હોય

$$= P(C) = \frac{6C_1 \times 4C_1}{10C_2} = \frac{6 \times 4}{45} = \frac{24}{45} = 0.5333$$

EX : 8 (A) બે સમઘન પાસાને એક સાથે ઉછાળવામાં આવે તો સરવાળો (1) 9 મળવાની સંભાવના (2) ઓછામાં ઓછો 9 મળવાની સંભાવના શોધો.

બે સમઘન પાસાને એક સાથે ઉછાળતા $(6)^2 = 36 = n$

2 = (1,1)	=1
3 = (2,1) (1,2)	=2
4 = (2,2) (1,3) (3,1)	=3
5 = (1,4) (3,2) (2,3) (4,1)	=4
6 = (1,5) (3,3) (2,4) (4,2) (5,1)	=5
7 = (1,6) (5,2) (2,5) (3,4) (4,3) (6,1)	=6
8 = (6,2) (2,6) (4,4) (5,3) (3,5)	=5
9 = (5,4) (4,5) (6,3) (3,6)	=4
10 = (6,4) (4,6) (5,5)	=3
11 = (6,5) (5,6)	=2
12 = (6,6)	=1

$$(1) \text{ સરવાળો 9 મળવાની સંભાવના } = P(A) = \frac{4}{36}$$

(2) ઓછામાં ઓછો 9 મળવાની સંભાવના $x \geq 9$ (9,10,11,12) 4,3,2,1

$$P(B) = \frac{10}{36}$$

(B) એક પેટીમાં 5 કાળા અને 3 સફેદ દડા છે . બીજી પેટીમાં 4 કાળા અને 5 સફેદ દડા છે. જો બંને પેટીમાંથી યદચ્છ રીતે એક એક દડો લેવામાં આવે તો બંને દડા જુદા જુદા રંગના હોવાની સંભાવના શોધો.

પ્રથમ પેટીમાં 5 કાળા અને 3 સફેદ દડા = 8 બીજી પેટીમાં 4 કાળા અને 5 સફેદ દડા = 9

બંને પેટીમાંથી યદચ્છ રીતે એક એક દડો લેવામાં આવે તો બંને દડા જુદા જુદા રંગના હોવાની

$$\begin{aligned} \text{સંભાવના} &= \frac{5C_1}{8C_1} \times \frac{5C_1}{9C_1} + \frac{3C_1}{8C_1} \times \frac{4C_1}{9C_1} \\ &= \frac{25}{72} + \frac{12}{72} = \frac{37}{72} \end{aligned}$$

EX : 9 બે પાસા એકસાથે ઉછાળવામાં આવે છે. તો મળતો સરવાળો 3 અથવા 4 વડે ભાગી શકાય તેની સંભાવના શોધો.

$$3 \text{ વડે ભાગી શકાય તેની સંભા.} = P(A) = \frac{12}{36}$$

$$4 \text{ વડે ભાગી શકાય તેની સંભા.} = P(B) = \frac{9}{36}$$

$$3 \text{ અને } 4 \text{ વડે નિ:શેષ ભાગી શકાય } P(A \cap B) = \frac{1}{36}$$

$$\begin{aligned} 3 \text{ અથવા } 4 \text{ વડે નિ:શેષ ભાગી શકાય} &= P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= \frac{12}{36} + \frac{9}{36} - \frac{1}{36} = \frac{20}{36} \end{aligned}$$

EX : 11 એક કોથળીમાં 5 સફેદ, 4 લાલ અને 3 કાળા દડા છે. જો તેમાંથી ત્રણ દડા યદચ્છ રીતે લેવામાં આવે તો (1) ત્રણેય કાળા હોવાની સંભા (2) ત્રણેય જુદા જુદા રંગના હોવાની સંભા. (3) બે એક જ રંગના અને એક જુદા રંગનો હોવાની સંભા શોધો.

$$(1) \text{ ત્રણેય કાળા હોવાની સંભા} = \frac{3C_3 \times 5C_0 \times 4C_0}{12C_3} = \frac{1}{220}$$

$$(2) \text{ ત્રણેય દડા જુદા જુદા રંગના હોય તેની સંભા.} = \frac{5C_1 \times 4C_1 \times 3C_1}{12C_3} = \frac{60}{220}$$

$$\begin{aligned} (3) \text{ બે એક જ રંગના અને એક જુદા રંગનો હોવાની સંભા.} &= \frac{5C_2 \times 7C_1}{12C_3} + \frac{4C_2 \times 8C_1}{12C_3} + \frac{3C_2 \times 9C_1}{12C_3} \\ &= \frac{10 \times 7 + 6 \times 8 + 3 \times 9}{220} = \frac{70 + 48 + 27}{220} = \frac{145}{220} \end{aligned}$$

EX : 13 ત્રણ વ્યક્તિઓ A, B, C એકસાથે એક નિશાન તાકે છે, તેમની સફળતાની સંભાવના અનુક્રમે

$\frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}$ છે, તો નિશાન વીંધવાની સંભાવના શોધો.

$$\text{વ્યક્તિ A નિશાન વીંધે તેની સંભાવના} = P(A) = \frac{2}{3}$$

$$\text{વ્યક્તિ A નિશાન ન વીંધે તેની સંભાવના} = P(A') = \frac{1}{3}$$

$$\text{વ્યક્તિ B નિશાન વીંધે તેની સંભાવના} = P(B) = \frac{1}{4}$$

$$\text{વ્યક્તિ B નિશાન ન વીંધે તેની સંભાવના} = P(B') = \frac{3}{4}$$

$$\text{વ્યક્તિ C નિશાન વીંધે તેની સંભાવના} = P(C) = \frac{1}{2}$$

$$\text{વ્યક્તિ C નિશાન ન વીંધે તેની સંભાવના} = P(C') = \frac{1}{2}$$

$$\text{ત્રણેય નિશાન ન વિંધી શકે તેની સંભા} = P(A' \cap B' \cap C') = P(A').P(B').P(C') = \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$$

$$\text{ત્રણેય નિશાન વિંધી શકે તેની સંભા} = P(A \cup B \cup C) = 1 - P(A' \cap B' \cap C')$$

$$= 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

Ex: 15 A ની વ્યક્તિ 35 થી 65 વર્ષની ઉંમર સુધી જીવશે તેની તરફેણમાં પ્રમાણ 3 : 2 છે.

B ની વ્યક્તિ 40 થી 70 વર્ષની ઉંમર સુધી જીવશે તેની વિરુદ્ધમાં પ્રમાણ 4 : 1 છે.

B ની વ્યક્તિ 40 થી 70 વર્ષની ઉંમર સુધી જીવશે તેની તરફેણમાં પ્રમાણ 1 : 4 છે.

$$A \text{ ની વ્યક્તિ જીવશે તેની સંભવના } P(A) = \frac{3}{5}$$

$$B \text{ ની વ્યક્તિ જીવશે તેની સંભવના } P(B) = \frac{1}{5}$$

$$A \text{ અને } B \text{ ની જીવવાની સંભાવના } P(A \cap B) = \frac{3}{5} \times \frac{1}{5}$$

30 વર્ષ સુધી બેમાંથી ઓછામાં ઓછી એક વ્યક્તિ જીવત રહે તેની સંભાવના

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{3}{5} + \frac{1}{5} - \frac{3}{5} \times \frac{1}{5}$$

$$= \frac{4}{5} - \frac{3}{25}, \quad = \frac{20-3}{25}, \quad = \frac{17}{25}$$

Ex: 16 પ્રથમ કુટુંબ પસંદ થાય તેની સંભાવના = A1

બીજું કુટુંબ પસંદ થાય તેની સંભાવના = A2

ત્રીજું કુટુંબ પસંદ થાય તેની સંભાવના = A3

2 બાળકો પસંદ થવાની ઘટના = D લઈએ તો ત્રણ કુટુંબમાંથી કોઈ પણ કુટુંબ પસંદ કરવાની સંભાવના $\frac{1}{3}$

અને જે તે કુટુંબ પસંદ થાય ત્યારે 2 છોકરા પસંદ કરવાની સંભાવના તથા જરૂરી સંભાવના ની ગણતરી નીચે મુજબ થશે.

કુટુંબ પસંદ થવાની સંભાવના	કુટુંબ પસંદ થયેલ હોય તો 2 છોકરા પસંદ થવાની સંભાવના	કુટુંબ પસંદ થાય અને 2 છોકરા પસંદ થાય તેની સંભાવના
$P(A_1) = \frac{1}{3}$	$P\left(\frac{D}{A_1}\right) = \frac{3C_2}{5C_2} = \frac{3}{10}$	$P(A_1 \cap D) = P(A_1) \cdot P\left(\frac{D}{A_1}\right) = \frac{1}{3} \times \frac{3}{10} = \frac{3}{30}$
$P(A_2) = \frac{1}{3}$	$P\left(\frac{D}{A_2}\right) = \frac{2C_2}{5C_2} = \frac{1}{10}$	$P(A_2 \cap D) = P(A_2) \cdot P\left(\frac{D}{A_2}\right) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{30}$
$P(A_3) = \frac{1}{3}$	$P\left(\frac{D}{A_3}\right) = \frac{4C_2}{5C_2} = \frac{6}{10}$	$P(A_3 \cap D) = P(A_3) \cdot P\left(\frac{D}{A_3}\right) = \frac{1}{3} \times \frac{6}{10} = \frac{6}{30}$

બંને છોકરા પસંદ થવાની સંભાવના

$$P(D) = P(A_1 \cap D) + P(A_2 \cap D) + P(A_3 \cap D) = \frac{3}{30} + \frac{1}{30} + \frac{6}{30} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3} = 0.33$$

EX : 17 એક સમૂહમાં અમુક સ્ત્રીઓની સંખ્યા x છે.

7 પુરુષોની સંખ્યા અને x સ્ત્રીઓની સંખ્યા એમ કુલ $(7+x)$ વ્યક્તિઓ છે.

તેમાંથી 2 વ્યક્તિઓ પસંદ થવાની કુલ રીતો $= (7+x)C_2$

x સ્ત્રીઓમાંથી 2 સ્ત્રીઓ પસંદ થવાની રીતો $= xC_2$

2 સ્ત્રીઓ પસંદ થવાની સંભાવના $= \frac{1}{15}$

$$\frac{{}^x C_2}{{}^{(7+x)} C_2} = \frac{1}{15}$$

$$\frac{\frac{x!}{2!(x-2)!}}{\frac{(7+x)!}{2!(7+x-2)!}} = \frac{1}{15}$$

$$\frac{x!}{2!(x-2)!} \times \frac{2!(7+x-2)!}{(7+x)!} = \frac{1}{15}, \quad \frac{x(x-1)(x-2)!}{(x-2)!} \times \frac{(7+x-2)!}{(7+x)(7+x-1)(7+x-2)!} = \frac{1}{15},$$

$$\frac{x(x-1)}{(7+x)(7+x-1)} = \frac{1}{15}, \quad \frac{x^2-x}{x^2+13x-42} = \frac{1}{15},$$

$$15x^2 - 15x = x^2 + 13x - 42$$

$$15x^2 - 15x - x^2 - 13x + 42 = 0$$

$$14x^2 - 28x + 42 = 0$$

$$x^2 - 2x + 3 = 0$$

$$(x-3)(x+1) = 0 \quad x = 3, x = -1$$

સમૂહમાં સ્ત્રીઓની સંખ્યા 3 હશે

EX : 18 1 થી 100 સુધીની સંખ્યાઓમાંથી એક સંખ્યા યદ્યદ્ધ રીતે લેવામાં આવે છે. તો તે સંખ્યા

(1) 3 વડે નિ:શેષ ભાગી શકાય તેની સંભાવના

$$3 \text{ વડે નિ:શેષ ભાગી શકાય તેવી } 1 \text{ થી } 100 \text{ સુધીની સંખ્યાઓ } \{3,6,9,12, \dots \dots \dots 99\} \frac{99}{3} = 33$$

$$= \frac{33}{100} = 0.33$$

(2) 7 વડે નિ:શેષ ભાગી શકાય તેની સંભાવના

$$7 \text{ વડે નિ:શેષ ભાગી શકાય તેવી } 1 \text{ થી } 100 \text{ સુધીની સંખ્યાઓ } \{7,14,21,28 \dots \dots \dots 98\} \frac{98}{7} = 14$$

$$= \frac{14}{100} = 0.14$$

(3) 3 અથવા 7 વડે નિ:શેષ ભાગી શકાય તેની સંભાવના

$$3 \text{ અથવા } 7 \text{ વડે નિ:શેષ ભાગી શકાય તેવી સંખ્યા } \{21,42,63,84\} = \frac{4}{100}$$

$$\text{સંભાવના } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{33}{100} + \frac{14}{100} - \frac{4}{100} = \frac{43}{100}$$

EX : 19 એક કોથળીમાં 5 લાલ અને 4 કાળા દડા છે. તેમાંથી યદચ્છ રીતે બબ્બે દડા બે વખત લેવામાં આવે છે.તો

(1) એક વખત લીધેલા દડા પાછા મૂકવામાં ન આવે તો એટલે કે પસંદગી પૂરવણીરહિત હોય ત્યારે પ્રથમ પ્રયત્નમાં બંને લાલ અને બીજા પ્રયત્નમાં બંને કાળા દડા મળવાની સંભાવના

$$= \frac{5C_2}{9C_2} \times \frac{4C_2}{7C_2} = \frac{10}{36} \times \frac{6}{21} = \frac{60}{756} = \frac{5}{63} = 0.079$$

= (2) એક વખત લીધેલા દડા પાછા મૂકવામાં આવે તો એટલે કે પસંદગી પૂરવણીસહિત હોય ત્યારે પ્રથમ પ્રયત્નમાં બંને લાલ અને બીજા પ્રયત્નમાં બંને કાળા દડા મળવાની સંભાવના

$$= \frac{5C_2}{9C_2} \times \frac{4C_2}{9C_2} = \frac{10}{36} \times \frac{6}{36} = \frac{60}{1296} = \frac{5}{108} = 0.04629$$

Ex : 20 એક મહોત્લાના રહીશો પૈકી 65 ટકા લોકો ગુજરાતી વાંચી શકે છે. તેની સંભાવના

$$P(A) = \frac{65}{100} = 0.65$$

36 ટકા લોકો હિન્દી વાંચી શકે છે. તેની સંભાવના

$$P(B) = \frac{36}{100} = 0.36$$

30 ટકા લોકો અંગ્રેજી વાંચી શકે છે. તેની સંભાવના

$$P(C) = \frac{30}{100} = 0.30$$

A/B બંને વાંચી શકે તેની સંભાવના $P(A \cap B) = 0.18$

A/C બંને વાંચી શકે તેની સંભાવના $P(A \cap C) = 0.17$

B/C બંને વાંચી શકે તેની સંભાવના $P(B \cap C) = 0.13$

ત્રણેય વાંચી શકે તેની સંભાવના $P(A \cap B \cap C) = 0.05$

તો ઓછામાં ઓછી એક ભાષા વાંચી શકે તેની સંભાવના

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

$$0.65 + 0.36 + 0.30 - 0.18 - 0.17 - 0.13 + 0.05 = 0.88$$

EX : 21 એક પેટીમાં 9 લાલ અને 5 સફેદ દડા છે.

પુરવણી સિવાય એક પછી એક દડા ત્રણ વખત લેવામાં આવે તો તે અનુક્રમે 1 લાલ , 1 કાળો અને 1 સફેદ આવે તેની સંભાવના

$$= P(A) \times P(B) \times P(C) = \frac{9C_1}{21C_1} \times \frac{7C_1}{20C_1} \times \frac{5C_1}{19C_1}, = \frac{9C_1}{21C_1} \times \frac{7C_1}{20C_1} \times \frac{5C_1}{19C_1}, = \frac{9 \times 7 \times 5}{21 \times 20 \times 19}, = \frac{315}{7,980}, = 0.03947$$

Ex : 22 20 વ્યક્તિઓના સમૂહમાં 5 ગ્રેજ્યુએટ છે. જો યદચ્છ રીતે તેમાંથી 3 વ્યક્તિઓ લેવામાં આવે તો 20 વ્યક્તિઓના સમૂહમાં 5 ગ્રેજ્યુએટ છે બાકીના 15 ગ્રેજ્યુએટ વગરના છે.

કુલ પસંદગી $20C_3$

(1) ત્રણેય ગ્રેજ્યુએટ હોવાની સંભાવના 5 માંથી 3 પસંદ થવાની સંભાવના

$$= \frac{5C_3 \times 15C_0}{20C_3}, = \frac{10 \times 1}{1140}, = \frac{10}{1140}, = 0.0088$$

(2) ઓછામાં ઓછો એક ગ્રેજ્યુએટ હોવાની સંભાવના, $\geq 1, 1$ અથવા 1થી વધુ

1 ગ્રેજ્યુએટ અને 2 ગ્રેજ્યુએટ વગરના

અથવા

2 ગ્રેજ્યુએટ અને 1 ગ્રેજ્યુએટ વગરના

અથવા

3 ગ્રેજ્યુએટ અને 0 ગ્રેજ્યુએટ વગરના

$$\frac{5C_1 \times 15C_2}{20C_3} + \frac{5C_2 \times 15C_1}{20C_3} + \frac{5C_3 \times 15C_0}{20C_3}, = \frac{5 \times 105 + 10 \times 15 + 10 \times 1}{1140},$$

$$= \frac{525 + 150 + 10}{1140}, = \frac{685}{1140}, = 0.6009$$

Ex : 23 એક પેટીમાં 4 વાદળી અને 5 સફેદ દડા છે. બીજી પેટીમાં 6 વાદળી અને 3 સફેદ દડા છે જો યદચ્છ રીતે એક પેટી પસંદ કરી તેમાંથી બે દડા લેવામાં આવે તો બંને દડા વાદળી હોવાની સંભાવના

પેટી	વાદળી દડા	સફેદ દડા	કુલ દડા
I	4	5	9
II	6	3	9

પેટીઓને અનુક્રમે A અને B કહીએ અને બે વાદળી દડા લેવાની ઘટનાને R કહીએ

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{1}{2}$$

પ્રથમ પેટી પસંદ થાય અને બે વાદળી દડા પસંદ થાય તેની સંભાવના = $P(A \cap R) = P(A) \cdot (R/A)$

બીજી પેટી પસંદ થાય અને બે વાદળી દડા પસંદ થાય તેની સંભાવના = $P(B \cap R) = P(B) \cdot (R/B)$

$$P(R) = P(A \cap R) + P(B \cap R) = P(A) \cdot (R/A) + P(B) \cdot (R/B)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{4C_2}{9C_2} + \frac{1}{2} \times \frac{6C_2}{9C_2}, = \frac{1}{2} \times \frac{6}{36} + \frac{1}{2} \times \frac{15}{36}, = \frac{6}{72} + \frac{15}{72}, = \frac{21}{72}, = 0.29$$

Ex : 31 જો $P(A) = 0.5, P(B) = 0.4, P(A \cup B) = 0.7$ હોય તો (1) $P(A/B')$ (2) $P(A' \cup B)$ શોધો.

$$(1) P(A/B') = \frac{P(A \cap B')}{P(B')} \quad P(A \cap B') = 0.5 \times 0.6 = 0.3$$

$$= \frac{0.3}{0.6} = 0.5$$

$$(2) P(A' \cup B) = P(A') + P(B) - P(A \cap B) \quad P(A \cap B) = 0.5 \times 0.4 = 0.2$$

$$= 0.5 + 0.4 - 0.2 = 0.7$$

EX : 32 કોઈ એક પ્રયોગમાં A અને B બે ઘટનાઓ બની શકે છે. જો $P(A) = 0.4$, $P(B) = x$ અને $P(A \cup B) = 0.7$ હોય તો x ની કઈ કિંમત માટે (1) A અને B પરસ્પર નિવારક ઘટનાઓ હોય

(2) A અને B સ્વતંત્ર ઘટનાઓ હોય

$$(1) \text{ A અને B પરસ્પર નિવારક ઘટનાઓ હોય તો } P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$0.7 = 0.4 + x$$

$$0.3 = x$$

$$(2) \text{ A અને B સ્વતંત્ર ઘટનાઓ હોય તો, } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$0.7 = 0.4 + x - 0.4x$$

$$0.3 = 0.6x$$

$$0.5 = x$$

EX : 38 (1) જો A અને B પરસ્પર નિવારક ઘટનાઓ હોય અને $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.3$ હોય તો

$P(A \cap B')$ શોધો.

$$P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B) = 0.6 - 0 = 0.6$$

(2) જો A, B અને C પરસ્પર નિવારક ઘટનાઓ હોય અને $P(A) = 0.2$, $P(B) = 0.3$, $P(C) = 0.4$ હોય તો

$P(A \cup B \cup C)$ શોધો.

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) = 0.2 + 0.3 + 0.4 = 0.9$$

(3) A અને B નિરપેક્ષ ઘટનાઓ છે. $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{2}{3}$ તો $P(A \cap B)$ શોધો.

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$$

(4) ઘટનાઓ A અને B માટે $P(A) = \frac{2}{5}$, $P(B) = \frac{1}{3}$, $P(A \cup B) = \frac{2}{3}$ તો

(1) $P(A \cap B) =$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{2}{3} = \frac{2}{5} + \frac{1}{3} - P(A \cap B)$$

$$(2) P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A \cap B) = \frac{2}{5} + \frac{1}{3} - \frac{2}{3} = \frac{\frac{1}{15}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{15} \times \frac{3}{1} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

$$P(A \cap B) = \frac{6+5-10}{15} = \frac{1}{15}$$

$$(3) \quad P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \\ = \frac{\frac{1}{15}}{\frac{2}{5}} = \frac{1}{15} \times \frac{5}{2} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$$

$$(4) \quad P(A-B) = P(A) - P(A \cap B) \\ = \frac{2}{5} - \frac{1}{15} = \frac{6-1}{15} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

(5) જો $P(A) = \frac{2}{3}$, $P(A \cap B) = \frac{4}{15}$ તો $P(A \cap B')$ અને $P(B'/A)$ શોધો.

$$P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{2}{3} - \frac{4}{15}$$

$$= \frac{10-4}{15} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

$$P(B'/A) = \frac{P(A \cap B')}{P(A)}$$

$$= \frac{\frac{6}{15}}{\frac{2}{3}}$$

$$= \frac{6}{15} \times \frac{3}{2} = \frac{18}{30} = \frac{3}{5}$$

EX : 48 (a) જો $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$ અને $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$ હોય તો $P(A \cup B)$, $P(A' \cap B')$ અને $P(A'/B')$ મેળવો.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{6}$$

$$= \frac{8+6-4}{24} = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$$

$$P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B)$$

$$= 1 - \frac{5}{12}$$

$$\frac{12-5}{12} = \frac{7}{12}$$

$$P(A'/B') = \frac{P(A' \cap B')}{P(B')}$$

$$= \frac{\frac{7}{12}}{\frac{3}{4}} = \frac{7}{12} \times \frac{4}{3} = \frac{28}{36} = \frac{7}{9}$$

EX : 50 (B) $P(A') = \frac{2}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$ $P(A \cup B) = \frac{5}{16}$

(1) $P(A \cap B)$

(2) $P(A' \cap B')$ = $1 - P(A \cup B)$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{5}{16} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{5}{16}$$

$$= \frac{16+12-15}{48} = \frac{13}{48}$$

$$= 1 - \frac{5}{16}$$

$$= \frac{11}{16}$$

(3) $P(A-B) = P(A) - P(A \cap B)$

$$= \frac{1}{3} - \frac{13}{48} = \frac{16-13}{48} = \frac{3}{48}$$

EX : 53 (g) = જો $P(A) = 2P(B) = P(A/B) = 0.6$ $P(A \cap B) = \dots\dots\dots$

$$2P(B) = P(A/B) = 0.6$$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(B) = \frac{0.6}{2} = 0.3$$

$$0.6 = \frac{P(A \cap B)}{0.3}, \quad 0.18 = P(A \cap B)$$

EX : 55 (e) જો $2P(A) = 3P(B) = 4P(C)$ હોય અને ઘટનાઓ A, B અને C પરસ્પર નિવારક અને નિ:શ્લેષ હોય તો $P(B \cup C)$ શોધો.

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) = 1 \quad P(A) + \frac{2}{3}P(A) + \frac{2}{4}P(A) = 1$$

$$P(A) \left(1 + \frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right) = 1$$

$$P(B) = \frac{2}{3} \times \frac{6}{13} = \frac{12}{39}$$

$$P(C) = \frac{1}{2} \times \frac{6}{13} = \frac{6}{26} = \frac{3}{13}$$

$$P(A) \left(\frac{6+4+3}{6}\right) = 1$$

$$P(B \cup C) = \frac{12}{39} + \frac{3}{13}$$

$$P(A) \left(\frac{13}{6}\right) = 1 \quad P(A) = \frac{6}{13}$$

$$\frac{12+9}{39} = \frac{21}{39} = \frac{7}{13}$$

(g) જો $P(B/A) = 0.4$, અને $P(A) = 0.6$ હોય તો $P(A \cap B)$ શોધો.

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$0.4 = \frac{P(A \cap B)}{0.6}, \quad 0.24 = P(A \cap B)$$