## યુનિટ -4 ઋણ દ્વિપદી વિતરણ અને ગુણોત્તર વિતરણ

ઋણ દ્વિપદી વિતરણ – પોયસન વિતરણમાં વિચરણની અને મધ્યકની કિંમત સમાન હોય છે. જ્યારે દ્વિપદી વિતરણમાં વિચરણની કિંમત મધ્યક કરતાં ઓછી હોય છે. વિચરણની કિંમત મધ્યક કરતાં વધારે હોય તે પ્રકારના અસતત ચલના ઋણ દ્વિપદી વિતરણનો અભ્યાસ આપણે કરવાનો છે.

કોઈ એક રોગચાળા દરમિયાન એક પ્રકારનું જીવજંતુ એક વ્યક્તિને ડંખ મારે તેની સંભાવના ધારોકે P છે. અને તે જંતુ ડંખ ન મારે તેની સંભાવના q છે. અહીં p+q = 1. આ જંતુ તે વ્યક્તિને n મી વખત ડંખ મારે ત્યારે તે વ્યક્તિનું મરણ નીપજતું હોય, તો તે જંતુ (n+x) મા પ્રયત્નમાં n મી વખત ડંખ મારે તેની સંભાવના મેળવીએ.(n+x) મા પ્રયત્નમાં n મી વખત ડંખ મારે તેની સંભાવના = (n +x-1) પ્રયત્નોમાંથી (n-1) વખત ડંખ મારે તેની સંભાવના × (n + x) મા પ્રયત્નમાં ડંખ મારે તેની સંભાવના

$=(n+x-1)C_{n-1}p^{n-1}\,q^{x}\;\times P$

$(n+x-1)C_{n-1}\,p^{n}\,q^{x}$

આમ (n+x) મા પ્રયત્ને જંતુ n મી વખત ડંખ મારે તે અગાઉ x વખત ડંખ ન મારે તેની સંભાવના

$p(x)\;=(n+x-1)C_{n-1}\,p^{n}\,q^{x}$ x = 0,1,2.........

સંભાવનના આ વિતરણને ઋણ દ્વિપદી વિતરણ કહે છે.

ઋણ દ્વિપદી વિતરણની વ્યાખ્યા – જો કોઈ એક અસતત યાદચ્છિક ચલ x નું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય $p(x) = (n + x - 1)C_{n-1}\, p^n\, q^x$ x = 0,1,2……… હોય તો ચલ x ના વિતરણને ઋણ દ્વિપદી સંભાવના વિતરણ કહે છે.

દ્વિપદી વિતરણની જેમ જ ઋણ દ્વિપદી વિતરણમાં પણ પ્રયત્નો બર્નોલીની શરતોને અનુસરે છે. તેમાં (1) દરેક પ્રયત્ન સ્વતંત્ર હોય છે અને (2) દરેક પ્રયત્નમાં સફળતાની સંભાવના અચળ હોય છે.

ઋણ દ્વિપદી વિતરણના ગુણધર્મો-

(1) આ એક અસતત ચલનું સંભાવના વિતરણ છે.

(2) n અને p તેના પ્રાચલો છે.

(3) ઋણ દ્વિપદી વિતરણનો મધ્યક $= \frac{nq}{\mathrm{p}}$ જે n મી સફળતા મળે તે અગાઉ નિષ્ફળતાની સરેરાશ સંખ્યા દર્શાવે છે.

(4) ઋણ દ્વિપદી વિતરણનું વિચરણ $= \frac{nq}{p^2}$ છે.

(5) આ વિતરણમાં વિચરણની કિંમત મધ્યક કરતાં વધારે હોય છે.

(6) જ્યારે $n \rightarrow \infty$ અને $\frac{q}{p} \rightarrow 0$ ત્યારે ઋણ દ્વિપદી વિતરણ પોયસન વિતરણને અનુસરે છે.

(8) જ્યારે n = 1 થાય ત્યારે ઋણ દ્વિપદી સંભાવના વિતરણ ગુણોત્તર વિતરણ બને છે.

ઋણ દ્વિપદી વિતરણના ઉપયોગો

(n +x) મા પ્રયત્નમાં n મી વખત સફળતા મળે તે અગાઉ x પ્રયત્નોમાં નિષ્ફળતા મળે તેની સંભાવના શોધવા માટે આ વિતરણનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે. અમુક રોગચાળા દરમિયાન કોઈ એક જીવ જંતુ એક વ્યક્તિને અમુક ચોક્કસમી વખત ડંખ મારે ત્યારે તે વ્યક્તિનું મરણ નીપજે તે પરિસ્થિતિના અભ્યાસમાં આ વિતરણ ઉપયોગી નીવડે છે.

જીવવિજ્ઞાનના કેટલાક અભ્યાસમાં આ વિતરણ ઉપયોગી બને છે.

Ex : 3 એક વિદ્યાર્થી નિશાન તાકે છે. કોઈ પણ પ્રયત્નમાં તે નિશાન વીંધી શકે તેની સંભાવના 0.2 છે. તો આઠમાં પ્રયત્ને તે ત્રીજી વખત નિશાન વીંધે તેની સંભાવના શોધો.

અહીં P = 0.2 , q = 0.8, q = 1-P n+x = 8, n = 3, x=5

$P(x) = {}^{(n+x-1)}C_{(n-1)} . P^n . q^x$

$P(5) = {}^{8-1}C_{3-1} . (0.2)^3 . (0.8)^5$

$= {}^{7}C_{2} . (0.008) . (0.32768)$ જ્યાં ${}^{7}C_{2} = \frac{7\times6}{2\times1}$

= 21.(0.008).(0.32768)

= 0.0551

Ex : 4 સિક્કો ઉછાળવામાં કોઈ પણ પ્રયત્નમાં છાપ પડે તેની સંભાવના $\frac{1}{2}$ છે. કોઈ એક વ્યક્તિ બારમાં પ્રયત્નમાં પાંચમી વખત છાપ મેળવે તેની સંભાવના શોધો.

અહીં P = $\frac{1}{2}$, = 0.5 q = $\frac{1}{2}$, = 0.5 n+x = 12, n = 5, x = 7

P(x) = $^{(n+x-1)}C_{(n-1)} .P^n. q^x$

P(7) = $^{12-1}C_{5-1} .(0.5)^5. (0.5)^7$

= $^{11}C_4$. (0.03125).( 0.0078125) જ્યાં $^{11}C_4 = \frac{11\times10\times9\times8}{4\times3\times2\times1}$

= 330× ( 0.03125) × (.0078125)

= 0.0806

Ex : 5 હાફૂસ કેરીઓના એક ઢગલામાં 90 % કેરીઓ મીઠી છે. ચાખ્યા સિવાય કેરીના સ્વાદની ખબર પડતી નથી. એક વ્યક્તિને 6 મીઠી કેરીની જરૂર છે. તો આઠમી કેરી ચાખવાથી છઠ્ઠી મીઠી કેરી મળે તેની સંભાવના શોધો.

અહીં P = 0.9, q = 0.1 n+x = 8, n = 6, x = 2

P(x) = $^{(n+x-1)}C_{(n-1)} .P^n. q^x$

P(2) = $^{8-1}C_{6-1} .(0.9)^6. (0.1)^2$

$= {}^{7}C_5 . (0.5314).(0.01)$ જ્યાં ${}^{7}C_5 = \frac{7\times6\times5\times4\times3}{5\times4\times3\times2\times1} = \frac{2520}{120}$

$= 21.(0.5314).(0.01)$

$= 0.1116$

Ex : 6 બટાટાના એક જથ્થામાં કોઈ પણ બટાટું સડેલું હોય તેની સંભાવના $\frac{1}{4}$ છે. એક વ્યક્તિને શાક માટે પાંચ સારા બટાટાની જરૂર છે. તો નવમું બટાટું ચકાસતાં તે પાંચમું સારું બટાટું હોય તેની સંભાવના શોધો.

અહીં $P = \frac{3}{4} = 0.75$, $q = \frac{1}{4} = 0.25$ $n+x = 9$, $n = 5$, $x = 4$

$P(x) = {}^{(n+x-1)}C_{(n-1)} .P^{n}. q^{x}$

$P(7) = {}^{9-1}C_{5-1} .(0.75)^{5}.(0.25)^{4}$

$= {}^{8}C_4 . (0.2373).(0.00390)$ જ્યાં ${}^{8}C_4 = \frac{8\times7\times6\times5}{4\times3\times2\times1} = \frac{1680}{24}$

$= 70.( 0.2373).( 0.00390)$

$= 0.06478$

Ex : 7 એક સમઘન પાસો ઉછાળવામાં આવે છે અને બેકી નંબરની પ્રાપ્તિને સફળતા ગણવામાં આવે છે તો દસમાં પ્રયત્ને છઠ્ઠી સફળતા મળે તેની સંભાવના શોધો.

અહીં $P = \frac{3}{6}, = 0.5$ $q = 0.5$ $n+x = 10$, $n = 6$, $x = 4$

$P(x) = {}^{(n+x-1)}C_{(n-1)} . P^n . q^x$

$P(4) = {}^{10-1}C_{6-1} . (0.5)^6 . (0.5)^4$

$= {}^9C_5 . (0.015625).(0.0625)$ જ્યાં ${}^9C_5 = \frac{9\times8\times7\times6\times5}{5\times4\times3\times2\times1} = \frac{15120}{120} = 126$

$= 126.(0.015625).(0.0625)$

$= 0.1230$

Ex : 8 એક હેતુલક્ષી કસોટીમાં દરેક પ્રશ્નના ત્રણ વિકલ્પો આપેલા છે. જેમાંથી ફક્ત એક વિકલ્પ સાચો છે. એક વિદ્યાર્થીને કોઈ પણ પ્રશ્નના સાચા ઉત્તરો ખબર નથી ,તેથી તે યદચ્છ રીતે ગમે તે એક જવાબમાં સાચું હોવાનું ચિહ્ન કરે છે. તો આઠમાં પ્રયત્ન વખતે તેના ત્રણ પ્રશ્નોના જવાબ સાચા પડે તેની સંભાવના શોધો.

અહીં $P = \frac{1}{3}, = 0.33$ $q = 0.67$ $n+x = 8,$ $n = 3,$ $x = 5$

$P(x) = {}^{(n+x-1)}C_{(n-1)} . P^n . q^x$

$P(5) = {}^{8-1}C_{3-1} . (0.33)^3 . (0.67)^5$

$= {}^7C_2 . (0.03593).(0.13501)$ જ્યાં ${}^7C_2 = \frac{7\times6}{2\times1} = 21$

$= 21.(0.03593).(0.13501)$

$= 0.1019$

Ex : 9 એક જથ્થામાં વીજળીના કેટલાંક બલ્બ છે. જેમાં કોઈ પણ બલ્બ ખામીવાળો હોય તેની સંભાવના 0.1 છે. બલ્બ ખામીવાળો હોય તે પરીક્ષણ કરવાથી જ માલૂમ પડે છે. એક વ્યક્તિને 7 ખામી વગરના બલ્બની જરૂર છે. તો નવમાં બલ્બની ચકાસણી કરતી વખતે સાતમો બલ્બ ખામી વગરનો મળે તેની સંભાવના શોધો.

અહીં P =0.9 q = 0.1 n+x = 9, n = 7, x = 2

$P(x) = {}^{(n+x-1)}C_{(n-1)} . P^n . q^x$

$P(2) = {}^{9-1}C_{7-1} . (0.9)^7 . (0.1)^2$

$= {}^{8}C_{6} . (0.4783).(0.01)$ જ્યાં ${}^{8}C_{6} = \frac{8\times7\times6\times5\times4\times3}{6\times5\times4\times3\times2\times1} = 28$

$= 28.( 0.4783).(0.01)$

$= 0.1339$

Ex : 10 ક્રિકેટનો એક ફટકાબાજ ખેલાડી કોઈ પણ દડામાં છગ્ગો મારી શકે તેની સંભાવના $\frac{1}{3}$ છે. તો છઠ્ઠા દડામાં તે ત્રીજો છગ્ગો મારે તેની સંભાવના શોધો.

Ex : 12 પત્તાની જોડમાંથી એક વ્યક્તિ એક પછી એક પત્તું ખેંચે છે, અને દરેક વખતે તે ખેંચેલું પત્તું જોડમાં પાછું મૂકે છે તેને સાતમાં પ્રયત્ને કાળીનું ત્રીજું પત્તું મળે તેની સંભાવના શોધો. ઉપરાંત તે ત્રીજું કાળીનું

પત્તું મેળવે તે પહેલાં કાળીનું પત્તું મેળવવામાં નિષ્ફળ જાય તેવા પ્રયત્નોની સંખ્યાનો મધ્યક અને વિચરણ મેળવો.

અહીં $P = \frac{13}{52} = 0.25$ $q = 0.75$ $n+x = 7$, $n = 3$, $x = 4$

$P(x) = {}^{(n+x-1)}C_{(n-1)} . P^{n} . q^{x}$

$P(4) = {}^{7-1}C_{3-1} . (0.25)^{3} . (0.75)^{4}$

$= {}^{6}C_{2} . (0.01563).(0.31641)$ જ્યાં ${}^{6}C_{2} = \frac{6\times5}{2\times1} = 15$

$= 15\times (0.015625) \times (0.31641)$

$= 0.0742$

મધ્યક $= \frac{nq}{p} = \frac{3\times0.75}{0.25} = \frac{2.25}{0.25} = 9$

વિચરણ $= \frac{nq}{p^2} = \frac{3\times0.75}{(0.25)^2} = \frac{2.25}{0.0625} = 36$

**Ex : 11 એક વ્યક્તિની નિશાન વીંધવાની સંભાવના 0.8 છે જ્યારે તે** ચોથું નિશાન વીંધે ત્યારે તેને ઈનામ મળવાનું હોય તો ઈનામ મેળવવા માટે તેને સાતથી વધુ પ્રયત્ન કરવા પડે તેની સંભાવના શોધો.

અહીં $P = 0.8$ $q = 0.2$ $n+x > 7$, $n = 4$

માટે અહીં : $n+x \geq 8$

: $4+x \geq 8$ , : $x \geq 8-4$ , : $x \geq 4$

$P(x) = {}^{(n+x-1)}C_{(n-1)} . P^n . q^x \quad = \quad {}^{(4+x-1)}C_{4-1} . (0.8)^4 . (0.2)^x$

$= {}^{(3+x)}C_3 . (0.8)^4 . (0.2)^x$

$P(x \geq 4) \quad = \quad P(4)+P(5)+\ldots\ldots\ldots$

$= \; 1- P(0)+P(1)+P(2)+P(3)$

${}^{(3+x)}C_3 . (0.8)^4 . (0.2)^x$ માં $x = 0$ મૂકતાં

$= {}^{(3+0)}C_3 . (0.8)^4 . (0.2)^0 \qquad = {}^3C_3 . (0.4096). (1) \; = \; 1\times0.4096\times1$

$= \; 0.4096$

${}^{(3+x)}C_3 . (0.8)^4 . (0.2)^x$ માં $x = 1$ મૂકતાં

$= {}^{(3+1)}C_3 . (0.8)^4 . (0.2)^1 \qquad = {}^4C_3 . (0.4096). (0.2) \; = \; 4\times0.4096\times0.2$

$= \; 0.3277$

${}^{(3+x)}C_3 . (0.8)^4 . (0.2)^x$ માં $x = 2$ મૂકતાં

$= {}^{(3+2)}C_3 . (0.8)^4 . (0.2)^2 \qquad = {}^5C_3 . (0.4096). (0.04) \; = \; 10\times0.4096\times0.04$

$= \; 0.1638$

${}^{(3+x)}C_3 . (0.8)^4 . (0.2)^x$ માં $x = 3$ મૂકતાં

$= {}^{(3+3)}C_3 . (0.8)^4 . (0.2)^3 \qquad = {}^6C_3 . (0.4096). (0.008) \quad 20\times0.4096\times0.008$

$= \; 20\times0.4096\times0.008 \quad = 0.0655$

$= \; 1- P(0)+P(1)+P(2)+P(3)$

$= \; 1 - 0.4096+0.3277+0.1638+0.0655$

= 1- 0.9666

= 0.0334

Ex : 15 (D) ઋણ દ્વિપદી વિતરણનો મધ્યક = 8 અને વિચરણ = 24 છે, તો તેના પ્રાચલ મેળવો.

$P = \frac{\text{મધ્યક}}{\text{વિચરણ}}$ $P = \frac{8}{24} = \frac{1}{3} = 0.33$ , $q = \frac{2}{3} = 0.67$

મધ્યક = $\frac{nq}{p}$,

$8 = \frac{nq}{p}$, $8 = \frac{n.(0.67)}{0.33}$, $8 \times 0.33 = n.(0.67)$

$\frac{2.64}{0.67} = n$

3.94 = n , 4 = n

Ex : 27 (b) કોઈ વ્યક્તિ અનભિનત સિક્કાને સતત ઉછાળે છે.10 માં પ્રયત્ને 4 વાર છાપ મળે તેની સંભાવના શોધો. ચોથી વાર છાપ મળે તે પહેલાં મળેલ કાંટાની સંખ્યા માટે મધ્યક અને વિચરણ શોધો.

P = 0.5 q = 0.5 n+x = 10, n = 4, x = 6

$P(x) = {}^{(n+x-1)}C_{(n-1)} .P^n. q^x$

$P(4) = {}^{10-1}C_{4-1} .(0.5)^4. (0.5)^6$

$= {}^9C_3 . (0.0625).(0.015625)$ જ્યાં ${}^9C_3 = \frac{9\times8\times7}{3\times2\times1} = 84$

$= 84\times(0.0625)\times(0.015625)$

$= 0.082$

મધ્યક $= \frac{nq}{p} = \frac{4\times0.5}{0.5} = \frac{2}{0.5} = 4$

વિચરણ $= \frac{nq}{p^2} = \frac{4\times0.5}{(0.5)^2} = \frac{2}{0.25} = 8$

(D) એક ઋણ દ્વિપદી વિતરણ માટે મધ્યક 6 અને પ્રમાણિત વિચલન $2\sqrt{6}$ છે. તો વિતરણના પ્રાચલો શોધો.

પ્રમાણિત વિચલનના વર્ગને વિચરણ

માટે વિચરણ $= (2\sqrt{6})^2$

$= 4\times 6$

$= 24$

$P = \frac{\text{મધ્યક}}{\text{વિચરણ}}$ $\quad P = \frac{6}{24} = \frac{1}{4} = 0.25$ , $q = \frac{3}{4} = 0.75$

મધ્યક $= \frac{nq}{p}$,

$6 = \frac{nq}{p}$, $\quad 6 = \frac{n.(0.75)}{0.25}$, $\quad 6\times0.25 = n.(0.75)$

$\frac{1.5}{0.75} = n$

$2 = n$

EX : 19 કેરીના એક મોટા જથ્થામાં 90 % કેરીઓ સારી ગુણવત્તાવાળી છે. કેરીની ગુણવત્તા તેને ચાખ્યા પછી જ નક્કી કરી શકાય છે. તો ચાર સારી ગુણવત્તાવાળી કેરી મેળવવા માટે 6 અથવા વધુ કેરી ચાખવી પડે તેની સંભાવના શોધો.

અહીં $P = 0.9$ $q = 0.1$ $n+x \geq 6$, $n = 4$

માટે અહીં : $n+x \geq 6$

: $4+x \geq 6$ , : $x \geq 6-4$ , : $x \geq 2$

$P(x) = {}^{(n+x-1)}C_{(n-1)} . P^n . q^x = {}^{(4+x-1)}C_{4-1} . (0.9)^4 . (0.1)^x$

$= {}^{(3+x)}C_3 . (0.9)^4 . (0.1)^x$

$P(x \geq 2) = P(2)+P(3)+\ldots\ldots\ldots$

$= 1- P(0)+P(1)$

${}^{(3+x)}C_3 . (0.9)^4 . (0.1)^x$ માં $x = 0$ મૂકતાં

$= {}^{(3+0)}C_3 . (0.9)^4 . (0.1)^0$ $= {}^3C_3 . (0.6561). (1) = 1\times0.6561\times1$

$= 0.6561$

${}^{(3+x)}C_3 . (0.9)^4 . (0.1)^x$ માં $x = 1$ મૂકતાં

$= {}^{(3+1)}C_3 . (0.9)^4 . (0.1)^1$ $= {}^4C_3 . (0.6561). (0.1) = 4\times0.6561\times0.1$

$= 0.26244$

$= 1- P(0)+P(1)$

= 1 – 0.6561+0.26244

= 1- 0.91854

= 0.0815

Ex : 29 (C) બટાટાના એક જથ્થામાં 10 ટકા બટાકા ખરાબ હતા. એક વ્યક્તિને 6 સારા બટાકા જોઈએ છે તે જ્યારે તે 8મું બટાકું તપાસતાં છઠ્ઠું બટાકું સારું હોય તેની સંભાવના શોધો. આ ઉપરાંત છઠ્ઠું બટાકું સારું મળે તે પહેલાંની નિષ્ફળતાનાં મધ્યક અને વિચરણ શોધો.

અહીં P =0.9 q = 0.1 n+x = 8, n = 6, x = 2

$P(x) = {}^{(n+x-1)}C_{(n-1)} . P^{n} . q^{x}$

$P(2) = {}^{8-1}C_{6-1} . (0.9)^{6} . (0.1)^{2}$

$= {}^{7}C_{5} . (0.531441).(0.01)$ જ્યાં ${}^{7}C_{5} = \frac{7\times6\times5\times4\times3}{5\times4\times3\times2\times1} = 21$

$= 21.(0.531441).(0.01)$

$= 0.1116$

મધ્યક $= \frac{nq}{p} = \frac{6\times0.1}{0.9} = \frac{0.6}{0.9} = 0.67$

વિચરણ $= \frac{nq}{p^{2}} = \frac{6\times0.1}{(0.9)^{2}} = \frac{0.6}{0.81} = 0.74$

## ગુણોત્તર વિતરણ –

ઋણ દ્વિપદી વિતરણનું સંભાવના સૂત્ર

$p(x) = (n+x-1)C_{n-1}\, p^n\, q^x$ છે.આ સંભાવના સૂત્રમાં n=1 મૂકવાથી નીચે પ્રમાણે સંભાવના વિધેય મળે.

$$P(x) = XC_0 p^1 q^x$$
$$= \mathrm{p}q^x$$
$$= q^x p$$

આ સંભાવના વિતરણ પ્રથમ સફળતા પહેલાં નિષ્ફળતાની સંખ્યા ની સંભાવના દર્શાવે છે. X ની જુદી જુદી કિંમતો મૂકવાથી સંભાવના સૂત્રમાંથી જુદી જુદી સંભાવના મળે છે. જે ગુણોત્તર શ્રેણીનાં જુદાં જુદાં પદો થાય છે. તેથી આ સંભાવના વિતરણને ગુણોત્તર વિતરણ કહેવામાં આવે છે.

વ્યાખ્યા – જો એક યાદચ્છિક અસતત ચલ x નું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય

$P(x) = q^x p$ , x = 0,1,2 …… હોય , તો x ના વિતરણને ગુણોત્તર વિતરણ કહે છે.

ગુણોત્તર વિતરણના ગુણધર્મો

(1) આ એક અસતત ચલનું વિતરણ છે.

(2) P આ વિતરણનો પ્રાચલ છે.

(3) આ વિતરણનો મધ્યક $\frac{q}{p}$ ,જે પ્રથમ સફળતા અગાઉ નિષ્ફળતાની સરેરાશ સંખ્યા દર્શાવે છે.

(4) આ વિતરણનું વિચરણ $\frac{q}{p^2}$

(5) આ વિતરણમાં વિચરણની કિંમત મધ્યક કરતાં વધારે હોય છે.

ગુણોત્તર વિતરણના ઉપયોગો

જે યાદચ્છિક પ્રયત્નો બર્નોલીની શરતોનું સમાધાન કરતા હોય તેમાં પ્રથમ સફળતા મેળવતાં પહેલાં નિષ્ફળતાની સંખ્યાની સંભાવના શોધવા માટે આ વિતરણ ઉપયોગી છે.

Ex : 13 કોઈ પણ વિદ્યાર્થી નિશાન તાકી શકે તેની સંભાવના 0.6 છે. તો પાંચમા પ્રયત્ને પ્રથમ વાર તે નિશાન તાકી શકે તેની સંભાવના શોધો.

અહીં P = 0.6, q = 0.4 n+x = 5, 1+x = 5,

x = 5-1, x = 4

P(x) = $q^x$.P

P(4) = $(0.4)^4$.(0.6)

= 0.0256× 0.6

= 0.01536

Ex : 14 એક પાસાને ઉછાળતાં ચોથા પ્રયત્ને પ્રથમ વખત અંક 6 મળે તેની સંભાવના મેળવો. પ્રથમ વખત અંક 6 મળે તે અગાઉના નિષ્ફળ પ્રયત્નોની સંખ્યાનો મધ્યક અને વિચરણ પણ મેળવો.

અહીં P = $\frac{1}{6}$, = 0.17 , q = $\frac{5}{6}$ , = 0.83 , x = 3

P(x) = $q^x$.P

P(3) = $(\frac{5}{6})^3.(\frac{1}{6})$ P(3) = $(0.83)^3$.(0.17)

= $\frac{125}{216} \times \frac{1}{6}$ = 0.5718×0.17

$= \frac{125}{1296}$ = 0.0964 = 0.0972

મધ્યક = $\frac{q}{p}$ = $\frac{\frac{5}{6}}{\frac{1}{6}}$ = $\frac{5}{6} \times \frac{6}{1}$ = 5

વિચરણ = $\frac{q}{p^2}$ = $\frac{\frac{5}{6}}{(\frac{1}{6})^2}$ = $\frac{\frac{5}{6}}{\frac{1}{36}}$ = $\frac{5}{6} \times \frac{36}{1}$ = 30

Ex : 15 કેરીના એક ઢગલામાં 50 % કેરીઓ મીઠી છે. ત્રીજી કેરી ચાખવાથી તેને પ્રથમ મીઠી કેરી મળે તેની સંભાવના શોધો.

અહીં P = 0.5, q = 0.5 X = 2

P(x) = $q^x$.P

P(2) = $(0.5)^2$.(0.5)

= 0.25× 0.5

= 0.125

EX : 17 વીજળીના બલ્બના એક મોટા જથ્થામાં 80 % બલ્બ ખામીવાળા છે. તો તે જથ્થામાંથી એક પછી એક બલ્બ ચકાસવામાં આવે તો પ્રથમ સારો બલ્બ દસમાં પ્રયત્નમાં મળે તેની સંભાવના શોધો. પ્રથમ સારો બલ્બ મળે તે અગાઉ મળતા ખામીવાળા બલ્બની સંખ્યાનો મધ્યક અને વિચરણ પણ મેળવો.

અહીં P = 0.2, q = 0.8 X = 9

P(x) = $q^x$.P

$P(9) = (0.8)^9.(0.2)$

$= 0.13422 \times 0.2$

$= 0.0268$

મધ્યક $= \frac{q}{p} = \frac{0.8}{0.2} = 4$

વિચરણ $= \frac{q}{p^2} = \frac{0.8}{(0.2)^2} = \frac{0.8}{0.04} = 20$

EX : 20 એક સમધન પાસો ઉછાળવામાં આવે છે. તો ચોથા પ્રયત્નમાં નંબર 1 ઉપરની તરફ મળે તેની સંભાવના શોધો. ઉપરાંત પાસા ઉપર નંબર 1 પ્રથમ વખત મળે તે પહેલાં નિષ્ફળ પ્રયત્નોની સંખ્યાનો મધ્યક અને વિચરણ પણ મેળવો.

અહીં $P = \frac{1}{6}$, $= 0.17$ , $q = \frac{5}{6}$ , $= 0.83$ , $x = 3$

$P(x) = q^x.P$

$P(4) = (\frac{5}{6})^3.(\frac{1}{6})$

$= \frac{125}{216} \times \frac{1}{6}$

$= \frac{125}{1296} = 0.0964$

$P(4) = (0.83)^3.(0.17)$

$= 0.5718 \times 0.17$

$= 0.0972$

મધ્યક $= \frac{q}{p} = \frac{\frac{5}{6}}{\frac{1}{6}} = \frac{5}{6} \times \frac{6}{1} = 5$

વિચરણ $= \frac{q}{p^2} = \frac{\frac{5}{6}}{(\frac{1}{6})^2} = \frac{\frac{5}{6}}{\frac{1}{36}} = \frac{5}{6}\times\frac{36}{1} = 30$

Ex : 24 એક ગુણોત્તર વિતરણ માટે મધ્યક = 5 અને વિચરણ = 30 છે તો તેના પ્રાચલ શોધો.

P = $\frac{\text{મધ્યક}}{\text{વિચરણ}}$ P = $\frac{5}{30}$ P = $\frac{1}{6}$, q = $\frac{5}{6}$

Ex : 25 (C) કોઈ એક વ્યક્તિ કોઈ પણ પ્રયત્નમાં નિશાન વીંધી શકે તેની સંભાવના 0.8 છે.તો તે વ્યક્તિ આઠમાં પ્રયત્ને પ્રથમ વખત નિશાન વીંધી શકે તેની સંભાવના શોધો.

અહીં P = 0.8, q = 0.2 X = 7

P(x) = $q^x$.P

P(2) = $(0.2)^7$.(0.8)

= 0.0000128×0.8

= 0.00001024

Ex : 27 (e) ગુણોત્તર વિતરણ માટે મધ્યક = 9 અને પ્રમાણિત

વિચલન = 6 છે. તો વિતરણના પ્રાચલો શોધો.

અહીં પ્રમાણિત વિચલન = 6 છે, માટે વિચરણ = 36 થાય

$P = \frac{\text{મધ્યક}}{\text{વિચરણ}}$ $P = \frac{9}{36}$ $P = \frac{1}{4}$, $q = \frac{3}{4}$

(F) જો અર્જુન કોઈ પણ પ્રયત્નમાં નિશાન તાકે તેની સંભાવના 40 % છે. તો ચોથા પ્રયત્ને પહેલી વાર નિશાન તાકે તેની સંભાવના શોધો.

અહીં $P = 0.4$, $q = 0.6$ $X = 3$

$P(x) = q^x.P$

$P(3) = (0.6)^3.(0.4)$

$= 0.216 \times 0.4$

$= 0.0864$

Ex : 29 (d) વીજળીના બલ્બના જથ્થામાં 20 ટકા બલ્બ સારા હતા. આ બલ્બ એક પછી એક તપાસવામાં આવે છે તો દસમો બલ્બ તપાસતાં તેને પહેલો સારો બલ્બ મળે તેની સંભાવના શોધો. આ ઉપરાંત પહેલો ખામીવગરનો બલ્બ મળે તે પહેલાંની નિષ્ફળતાનાં મધ્યક અને વિચરણ પણ મેળવો.

અહીં $P = 0.2$, $q = 0.8$ $X = 9$

$P(x) = q^x.P$

$P(9) = (0.8)^9.(0.2)$

$= 0.13422 \times 0.2$

$= 0.02684$

$= 0.0864$

મધ્યક $= \frac{q}{p} = \frac{0.8}{0.2} = 4$

વિચરણ $= \frac{q}{p^2} = \frac{0.8}{(0.2)^2} = \frac{0.8}{0.04} = 20$

Ex : 30 (f) પાસો ઉછાળતાં નંબર 4 મળે તેને સફળતા ગણવામાં આવે તો પ્રથમ સફળતા મેળવવા માટે 4 થી વધારે પ્રયત્નો કરવા પડે તેની સંભાવના શોધો.

અહીં $P = \frac{1}{6}$, $q = \frac{5}{6}$ , $= n + x \geq 5$ , $= 1+x \geq 5$ , $x \geq 4$

P(4) +P(5)+........ = 1-P(0)+P(1)+P(2)+P(3)

$P(x) = q^x.P$

$= 1 - [p + qp + q^2p + q^3p]$

$= 1 - \left[\frac{1}{6} + \frac{5}{6} \times \frac{1}{6} + (\frac{5}{6})^2 \times \frac{1}{6} + (\frac{5}{6})^3 \times \frac{1}{6}\right]$

$= 1 - \left[\frac{1}{6} + \frac{5}{36} + \frac{25}{216} + \frac{125}{1296}\right]$

$= 1 - \left[\frac{216+180+150+125}{1296}\right]$

$= 1 - \left[\frac{671}{1296}\right]$

$= 1 - 0.5177$

0.4823